형태 보존성을 위한 자유 형태 곡선 보간 방법

이 아 리[†] · 박 철 호[††] · 심 재 홍[†††]

요 약

형태 보존성은 복잡한 자유형태 곡선/곡면을 제어하는데 중요한 기법이다. 기존의 형태 보존 방법을 위한 보간방법은 single-value 자료를 계산하기 위하여 곡률과 관련된 함수의 최소화를 필요로 하는 문제점이 있었다. 본 논문에서는 이러한 문제점을 해결하기 위한, 기존과 다른 single-value와 multi-value자료에 대한 형태 보존성을 가지는 C^1 매개변수화 구간 3차 보간 곡선을 생성하기 위한 알고리즘을 제안한다. 형태 보존성을 가지는 두 데이터들과 임의의 기울기가 주어졌을 때, 본 논문에서 제안한 방법은 Hermite 보간법이 형태 보존성과 관련성이 있는지를 검사하여 구간 3차 다항식을 구하고, 이를 이용하여 제어점을 효과적으로 계산한다. 또한 곡선 세그먼트상에 곡률의 분포를 이용하여 초기 자료의 본래 형태를 제어한다.

Free-Form Curve Interpolation Method for Shape Preservation

Ah-Ri Lee[†] · Chul-Ho Park[††] · Je-Hong Sim[†††]

ABSTRACT

Shape-preserving property is the important method that controls the complex free form curve/surface. Interpolation method for the existed Shape-Preservation had problems that it has needed the minimization of a curvature-related functions for calculating single-valued data. Solving this problem, in this paper, it proposed to the algorithm of generalizing C^1 piecewise parametric cubic curve that has shape-preserving property for both Single-value data and Multi-value data.

When there are the arbitrary tangents and two data, including shape-preserving property, this proposed method gets piecewise parametric cubic polynomial by checking the relation between the shape-preserving property and then calculates efficiently the control points using that. Also, it controls the initial shape using curvature distribution on curve segments.

1. 서 론

컴퓨터 그래픽스의 응용분야인 CAD, 에니메이션, 컴퓨터 비젼 등에 있어서 3차원 물체의 효과적인 표현은 매우 중요한 문제이다[14]. 표현하고자 하는 물체가 복잡해짐에 따라 필요한 변환이나 연산을 수행한 후 화면에 출력하는데 많은 시간이 요구되어 비효율적인 결과를 나타내기 때문이다. 또한 불 연속하는 곡선에 표현에서 선 세그먼트들에 의해 곡선을 근사하기 위한 효과적인 방법이 필요하다. 이러한 기법 중에 하나인 형태 보존성에 대한 보간 구조는 복잡한 자유형태 곡선/곡면을 제어하는데 중요한 기법이다. 기존의 보간 방법에는 기존의 형태 보존 방법을 위한 보간 방법은 single-value 자료를 계산하기 위하여 곡률과 관련된 함수의 최소화를 필요로 하는 문제점이 있었다. 본 논

† 준 회 원 : 광운대학교 대학원 전자계산학과
†† 정 회 원 : 두원공과대학 컴퓨터그래픽스과 교수
††† 정 회 원 : 광운대학교 전자계산학과 교수

논문접수 : 1998년 5월 19일, 심사완료 : 1998년 11월 30일

문에서는 이러한 문제점을 해결한 기존과 다른 single-value와 multi-value자료에 대한 형태 보존성을 가지는 C^1 매개변수화 구간 3차 보간 곡선을 생성하기 위한 알고리즘을 제안한다. 이 방법은 형태 보존성을 가지는 두 데이터들과 임의의 기울기가 주어졌을 때 Hermite 보간법이 형태 보존성과 관련성이 있는지를 검사하여 구간 3차 다항식을 구하고, 이를 이용하여 제어점을 효과적으로 계산한다. 또한 곡선 세그먼트상에 곡률의 분포를 이용하여 초기 자료의 본래 형태를 제어한다.

본 논문에 형태 보존성은 양수(positivity)에 값을 가진다. 보간법에서 보간한 곡선은 어는 형태든지 양수성을 필요로 한다. 또한 제안된 알고리즘에서 명확한 조건은 자료점에 기울기를 계산한다. 그러므로 어떤 선형함수보다, 더 큰 보간 조건을 완화하여 쉽게 확장된다. 따라서 간단한 수치적인 계산으로서 자유형태 곡선을 제어하는 알고리즘을 제안한다. 2절에서는 형태 보존성을 나타내기 위한 평면곡선에 표현기법과 제어 방법을 나타내고, 제 3절에서는 보간 자료를 이용한 자유 형태곡선의 제어방법을 제안한다. 4절에서는 제안한 방법의 분석과 결과를 제시하고, 5절에서 결론과 향후 연구방향을 나타낸다.

2. 관련 연구

평면 보간 곡선들을 제어하기 위한 기법들이 존재하고, 이들은 수학적인 특징을 명확하게 보존해야 하는 문제를 가진다. 구간 3차 다항식을 기반으로 나타난 접선들의 연속적인 변화, 단조성, 그리고 볼록성들로 표현된 곡선/곡면은 이러한 특징 등을 이용함으로써 보간 곡선들을 제어할 수 있다. 그러나 대부분의 물체들은 많은 양의 자료 점들로 표현된다. 따라서 보다 효과적으로 물체를 표현할 수 있는 연구가 계속되고 있다.

평면곡선을 표현하기 위한 일반적인 3가지 방법은 일반적으로 양함수, 음함수, 매개변수식으로 표현된다. 이러한 방법은 다음과 같이 나타낸다.

$$y = f(x)$$
$$g(x, y) = 0$$
$$p(x) = (x(u), y(u))$$

양함수식은 가장 폭넓게 연구되었다. 이러한 형식에서 형태 보존성 보간법에 관한 많은 연구가 계속되었다. 이들 대부분은 단조성에 관련된 부분만을 고려하였다. 그러므로 많은 경우에서 효과적이지 못한 알고리즘을 제공하였다. 이 방법에 해결방법은 연구 논문[2]만이 곡률과 관련된 함수에 최소화를 제시하였다.

음함수식은 형태 보존성의 연구에서 많이 사용되지 않았다. 3차원 곡선 위의 점들을 음함수로 풀어나가는 방법은 쉽지 않기 때문이다. 그리고 음함수식은 높은 차수의 곡선에 적용 시 문제점이 발생하기 때문이다. 이에 반해 매개변수식은 컴퓨터그래픽스에서 곡선이 보통 유한(bounded)하기 때문에 많이 이용된다[10].

매개변수표현과 구간 3차 다항식은 Bezier, Okada, Riesenfeld, Nielson, 그리고 Barsky에 논문에서 제안된 것처럼 컴퓨터 그래픽스와 컴퓨터비전, 에니메이션등에서 널리 사용된다[1]. 그러나 이러한 논문 모두가 형태 보존성에 관련된 것은 아니다. 비록 3차원 매개변수 곡선들을 사용했다 하더라도, 이 방법은 함수적으로 최소화는 것을 강제로 하여 제약조건을 이용함으로서 나타내었다. 그러나 본 논문에서는 간단한 수치적인 계산에 의하여 최소화 함수와 곡선의 기본성질과 연관된 형태에 모두를 만족하는 방법을 제안한다.

3. 기하학 특성을 이용한 형태 보존성

3.1 구간 3차 보간 곡선의 수학적인 기본정리

본 장에서는 다음 장에서 제시될 결과에 대한 몇개의 정의를 나타낸다. 이들 대부분은 기본적으로 표현된다.

평면 $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \cdots, \mathbf{p}_N$에서 N+1 각각에 점들이 주어졌을 경우, 구간 매개변수 3차 곡선은 다음 조건을 만족한다.

(1) 구간 매개변수 3차 곡선은 다음과 같은 매개변수표현식으로 나타낸다.

$$(x(u), y(u))$$

(2) 다음식에 대하여 값들 $u_0 < u_1 < \cdots < u_N$ 이 존재한다.

$$((x(u_i), y(u_i)) = \mathbf{p}_i \quad 0 \le i \le N$$

(3) 각각 i에 대하여 ($0 \le i \le N-1$), x(u)와 y(u)는

$u_i \le u \le u_{i+1}$에 대하여 3차 다항식이다.

두 번째로 보간 성질은 구간 매개변수화 3차 곡선의 연속성을 보장한다. 그러나 연속적으로 변하는 접선 혹은 연속인 곡률에 대하여 보장된 것은 아니다. 구간 매개변수화 3차 곡선에 기본 표현식은 양함수 경우에서 구간 3차 다항식을 위한 Hermite 형태에 분석과 유사하다. 구간 $[u_i, u_{i+1}]$상에서 구간 3차 다항식에 대한 공식을 $\mathbf{F}_i(u)$라 하자. 따라서 단항식 표현은 다음 식과 같다.

$$\mathbf{F}_i(\mathbf{u}) = \mathbf{A}_i + v_i(u)\,\mathbf{B}_i + v_i(u)^2\,\mathbf{C}_i + v_i(u)^3\,\mathbf{D}_i \quad (1)$$

단, $v_i(u) := (u-u_i)/h_i$, $h_i := u_{i+1} - u_i$,
그리고 나머지 4개의 벡터 계수들은 다음과 같이 결정된다.

$$\mathbf{F}_i(u_j) = \mathbf{p}_j \quad (2)$$

단, 단위 벡터 $\mathbf{S}_j$와 $\mathbf{T}_j$에 대하여 $j=i$, $j=i+1$이다. 그리고 양수 스칼라 α_i와 β_i는 다음과 같이 간략하게 나타낸다.

$$\mathbf{F}_i'(u_i) = \alpha_i \mathbf{S}_i\ ,\quad \mathbf{F}_i'(u_{i+1}) = \beta_i \mathbf{T}_i \quad (3)$$

위 식에서 나머지 4개의 벡터계수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_i &= \mathbf{p}_i \\
\mathbf{B}_i &= \alpha_i h_i \mathbf{S}_i \\
\mathbf{C}_i &= 3(\mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{p}_i) - h_i(2\alpha_i \mathbf{S}_i + \beta_i \mathbf{T}_i) \\
\mathbf{D}_i &= 2(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{i+1}) - h_i(\alpha_i \mathbf{S}_i + \beta_i \mathbf{T}_i)
\end{aligned} \quad (4)$$

벡터 $\mathbf{S}_i$와 $\mathbf{T}_i$는 $\mathbf{p}_i$로 부터 나오고 $\mathbf{p}_{i+1}$로 들어가는 단위 벡터들이다. 그러므로 스칼라 α_i와 β_i는 i 번째 곡선 세그먼트 $\mathbf{p}_i$와 $\mathbf{p}_{i+1}$에서 접선벡터의 길이로 주어지는 크기 요소들이다. 동일하게, Euclidean 길이를 표시하는 절대값으로는 다음과 같다.

$$\alpha_i = |\,\mathbf{F}_i'(u_i)\,|,\quad \beta_i = |\,\mathbf{F}_i'(u_{i+1})\,| \quad (5)$$

공유 점에서 만나는 구간 3차 보간 곡선에서 두 개의 인접한 곡선 세그먼트들을 $\mathbf{p}_k$라 하고, 만약 0이 아닌 α_k와 β_{k-1}를 가지는 $\mathbf{S}_k = \mathbf{T}_{k-1}$이라면 또한 연속인 기울기를 가진다. 연속인 접선 벡터에 대하여, $\alpha_k = \beta_{k-1}$를 추가적으로 필요로 한다.

[정의 1] 단위 접선 벡터들 $\mathbf{W}_i$,($i=0,\cdots,N$)은 다음 식과 같이 주어졌을 때 평면 점들 $\mathbf{p}_i$, $i=0,\cdots,N$의 주어진 집합에 의한 적절한 위치라고 한다.

$$\begin{aligned}
&\mathbf{W}_i \cdot (\mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{p}_i) > 0 \quad (0 \le i \le N-1), \\
&\mathbf{W}_i \cdot (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{i-1}) > 0 \quad (1 \le i \le N-1)
\end{aligned} \quad (6)$$

적합한 구간 3차 보간 곡선은 적절한 위치에서 접선을 가지며 연속인 기울기를 가진다.

3.2 구간 3차 보간 곡선 형태의 정리

3.2.1 양수성을 위한 조건

자료점 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \cdots, (x_n, y_n)$이 주어졌을 때, 어느 곳이든 음이 아닌 수로 알려진 함수 $y(x)$를 위한 형태 보존성을 나타내는 곳은 y값이다. 이때 x값들은 구간 $[x_1, x_n]$을 분할하는 부분을 정의한다. $x_1 < x_2 < x_3 < \cdots < x_n$과 y값들은 음이 아닌 값을 가진다. 즉, $y_1 \ge 0, y_2 \ge 0, \cdots, y_n \ge 0$이다. 또한 자료 점들에서 $y(x)$의 기울기, d_i가 주어진다면, 구간 3차 보간 다항식 $S(x)$으로 유일하게 정의된다. $S(x)$가 음이 아닌 값을 가진다고 가정하자. 또한, 첫 번째로 3차 다항식 $c(x)$에 구간이 $[x_1, x_2]$라고 가정하자. 그러므로 다음과 같이 정의 될 수 있다.

[정리 1] 3차 다항식 $c(x)$가 $[x_1, x_2]$에서 음이 아닌 값을 갖기 위한 필요충분조건은 $(d_1, d_2) \in R$이 된다.

3.2.2 자유곡선 형태의 정의

형태 특징들의 보존성에 이론적인 결과들은 두 개의 부분인·국부적 방법과 전체적인 방법으로 나타난다. 전자는 하나의 구간에 대해 적합한 형태 특징을 보장하는 기울기 길이를 의미하는 연구이고 전체적인 방법의 결과는 구간들간에 그리고 어떤 주어진 일반성이 있다면 자료의 원래의 배열간에 쌍으로 설명된다. 본 논문은 비록 대부분의 전체적 방법에 필요로 되는

조건들이 되어 있다 하더라도, 국부적인 결과를 더 크게 고려한다. 국부적인 결과들이 단지 하나의 구간에서만 영향을 줄 경우, 구간 $[u_i, u_{i+1}]=[0,1]$를 가지는 구간 3차 보간 곡선의 일반적인 선분을 변환해야 하는 가정에 일반성을 적게 할 수 있다. $\mathbf{p}_i$와 $\mathbf{p}_{i+1}$ 대신에 $\mathbf{p}_0$와 $\mathbf{p}_1$로 나타내고 벡터 $\mathbf{p}$에 대하여 p_x는 p의 x에 구성요소들로 사용되고 p_y는 y의 구성요소들로 사용된다. 연구된 첫 번째 필요사항은 구간 3차 보간 곡선에서 첫 번째 좌표 $x(u)$에 대한 하나의 값이다. 만약 $\mathbf{F(u)}$가 함수와 동일하다면 이 의미는 필요하다. 명백하게도, $x(u)$의 하나의 값은 단조성에 의하여 나타나고, Ferguson[2]에 논문에서 매개변수 3차 곡선들에 대해 연구되었다.

[정리 2] $r := \alpha S_{0x}/(p_{1x}-p_{0x})$ $\mathbf{s} := \beta T_{0x}/(p_{1x}-p_{0x})$ 라 하면 다음과 같은 두 가지의 경우로 나타난다. 만약

(a) $\mathbf{r}+s \le 2$이라면, $x(u)$는 $[0,1]$에서 명백하게 단조성이 되는 필요 충분조건은 $seg(\alpha S_{0x}) = seg(\beta T_{0x}) = sgn(p_{1x}-p_{0x})$이다.

(b) $\mathbf{r}+s>2$ 이라면, $x(u)$는 $[0,1]$에서 명백하게 단조성이 되는 필요 충분조건은 다음 조건들을 만족하는 것들 중하나이다.

(1) $2r+s-3 \le 0$
(2) $r+2s-3 \le 0$
(3) $\mathbf{r}-(2\mathbf{r}+s-3)^2/[3(\mathbf{r}+s-2)] \ge 0$ (7)

* 정의된 표기

$\mathbf{W}_i$, $i=0,1,\cdots,N$: 단위 접선 벡터의 집합

$\mathbf{p}_i$, $i=0,1,\cdots,N$: 평면상에 점들

$\hat{\mathbf{p}}=(x,y,0)$: 두 벡터 $\mathbf{p}=(x,y)$의 새로운 벡터

$\mathbf{Q}_i := \mathbf{W}_i \times (\hat{\mathbf{p}}_i - \hat{\mathbf{p}}_{i-1})$: 기준 벡터에 교대곱

$\mathbf{R}_i := \mathbf{W}_i \times (\hat{\mathbf{p}}_{i+1} - \hat{\mathbf{p}}_i)$

α, β : 접선 벡터의 길이

$\mathbf{S}_i$, $\mathbf{T}_i$: 접선 방향

3.3 형태 보존성에 대한 자유곡선 보간 알고리즘

평면상에 차수가 n인 곡선에 어떤 다항식은 다음과 같이 나타낸다.

$$P(t) = \sum_{i=0}^{k} A_i \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i} \quad 0 \le t \le 1 \qquad (8)$$

단, 계수 A_i는 공간상에 점들인 Bezier 점들이다. 다각형은 Bezier 다각형인 연속적으로 결합하는 점들에 의하여 나타낸다. Bezier에 재 매개변수화가 B-spline 재매개변수화의 특수한 경우일 때, B-spline에 variation-diminishing 성질은 Bezier곡선 보다 더 자주 어떤 주어진 직선을 교차하는 곡선 $P(t)$를 나타내는데 효과적이다. 단, $Q(i)=(1-\alpha_i)V_{i-1}+\alpha_i V_i$이 선형일 경우를 제외하고는 3개의 Bezier에 자료점들로서 나타난 세그먼트 상에 곡선 Q를 정의할 수 있다. G^1곡선이 2차 방정식에 대한 Bezier의 점들일 경우, 그리고 G^2곡선이 3차 방정식에 대한 Bezier의 점들일 경우, Bezier에 중점은 겹치게 된다.

Bezier 점들을 A, B, C라 가정하고, 곡선 G^1에서 다음과 같은 세그먼트상에서 Q를 정의한다면 다음과 같이 나타낸다.

$$Q(s) = A(1-s)^2 + 2Bs(1-s) + Cs^2 \quad 0 \le s \le 1 \quad (9)$$

곡선 G^2에 대하여 다음과 같이 선분 Q를 정의한다.

$$Q(s) = A(1-s)^3 + 3Bs(1-s) + Cs^3 \quad 0 \le s \le 1 \quad (10)$$

따라서, 어떤 i ($1 \le i \le N-2$)에 대하여 I_i와 I_{i+1} 간에 곡선 Q을 어떻게 정의하는가에 대한 경우들을 다음과 같이 나타낸다.

경우 1. $P_iP_{i+1}=0$이거나 $i=0$, $P_iP_{i+1}<0$ (11)
으로서 보존되는 국부적 단조성에 보간방법
이 경우에서는 Q는 선형이다.

$$Q(s) = I_i(1-s) + I_{i+1}s \quad 0 \le s \le 1$$

실제로, $P_iP_{i+1}=0$ 이거나 $Y_i=0$은 P_iP_{i+1}이 작거나 혹은 Y_i가 작음으로서 대체되어 위에 식에 적용된다. 즉, 가능한 한 피할 수 있는 오차에 대한 수치적인 안정성이다.

경우 2. $P_iP_{i+1}>0$ (12)

V_i가 방향 T^i에서 I_i를 통과하는 선과 방향 T^{i+1}에서 I_{i+1}를 통과하는 선의 교차점이라 하자. 그러므로,

$$V^i = I_i + \frac{(x_i T_2^{i+1} - Y_i T_1^{i+1})}{T_1^i T_2^{i+1} - T_2^i T_1^{i+1}}$$
$$= I_{i+1} - \frac{(x_i T_2^i - Y_i T_1^i) T^{i+1}}{T_1^{i+1} T_2^i - T_2^{i+1} T_1^i} \quad (13)$$

$I_i = (x_i, y_i)$, $i = 0, \cdots, N$: 공간에서의 자료 점

$Q =$ 폐곡선(Closed curve)

/* $[t_{i-1}, t_{i+1}]$상에서 컨벡스 만족 */

/* $Q(t) = \{Q_1(t), Q_2(t)\}$, $t_0 \le t \le t_N$ */

/* $Q(t_i) = I_i$, $t_0 < t_1 < \cdots < t_N$ */

$X_i = x_{i+1} - x_i$, $Y_i = y_{i+1} - y_i$

$P_i = X_{i-1} Y_i - X_i Y_{i-1}$

$T^i =$ 접선 벡터

/* $T^i = \lambda_i (I_i - I_{i-1}) + (1 - \lambda_i)(I_{i+1} - I_i)$, $0 \le \lambda_i \le 1$ */

/* $\lambda_i = \frac{|P_{i+1}|}{|P_{i+1}| + |P_{i-1}|}$ */

/* $\lambda =$ 어떤 방향에서 크기의 변화와 회전하에서 불변인 성질을 가지는 계수 */

따라서 전체 알고리즘은 다음과 같다.

알고리즘 1. 구간 3차 보간 곡선길이 계산 알고리즘

```
Procedure PiecewiseCubic_Length(p, eps)
  /* p : record of PiecewiseCubic_Curve */
  /* eps : tolerance */
begin
 Lp ← poly_length(p);
  /* The length of the control polygon */
 Lc ← chord_length(p);
  /* The length of the chord */
 n ← degree(p); /* The degree of p */
 err ← error( );
  /* The error estimate */
if err<eps the return
 (2*Lc+(n-1)*Lp)/(n+1);
 p1, p2 ← subdivide(b);
  /* The two halves of p */
 eps1, eps2 ← tolerance();
  /* The tolerances on the two halves */
 return length(p1,eps1) + length(p2, eps2);
 end;
end PiecewiseCubic_Length.
```

1. degree(p) returns the degree of the curve p.
2. poly_length(p) returns the length of the control polygon of the curve p
3. chord_length(p) returns the length of the chord of the curve p.
4. subdivide(p) returns the two halves of b. (only, $t=\frac{1}{2}$)
5. error( ) is the error estimate.
   /* $L_p - L_c$ is in fact an error bound. */
6. tolerance( ) is the error tolerance.
   /* Simple estimate $\varepsilon_i = \varepsilon/2$ is used to control the absolute error */

알고리즘 2. 형태 보존성의 알고리즘

```
Procedure Shape_Preserve()
/* Input : data points in the plane */
/* Output : Interpolating points */
Define from I0 to I1.
 CASE 1. P1 or local monotonicity
   preserving interpolation with Y0=0.
   Define Q to be linear.
 CASE 2. local monotonicity interpolation
   with Y0P1>0
   Define W0 by
      W2^0 = y1 - (1/2)Y0,  W1^0 = x1 - Y0T1^1/(2T2^1)
    /* Wi = Bezier points */
 Then Q has Bezier points I0, W0 and I1.
 CASE 3. Otherwise
   Define W0 by
      W1^0 = x1 - (1/2)X0,  W2^0 = y1 - X0T2^1/(2T1^1)
   Define Q as in CASE 2.
End CASE
```

단, Q는 single value이고 Q의 보존되는 국부적인 컨벡스와 국부적인 단조성에 특성은 Bezier재매개변수화의 variation-diminishing 성질로부터 쉽게 나타낸다. 그러므로 이와같은 조건은 다음과 같이 정리된다.

1. 만약 Bezier 다각형이 컨벡스라면, 곡선은 컨벡스이다.
2. 만약 Bezier 점들의 x좌표계(y좌표계)가 증가한다면, 곡선의 x좌표계(y좌표계)또한 증가한다.

4. 알고리즘의 분석 및 결과

(1) 자료에 관하여 보간은 연속성이 있어야 한다. 즉 영역 S에 포함된 $(x(u), y(u))$으로서 만족된 곡선에 연속적인 변화가 있어야 한다. 이것은 $(x(u), y(u))$가 경계 S에 있는 경우로서 구간의 끝점을 향하고 있는 삽입된 절점(knot)의 위치를 가짐으로서 나타낸다. 동시에 삽입된 절점(knot)들에서 기울기는 끝점에서 기울기가 같아야 한다.

(2) 곡선은 시각적으로 보이는 형태로 생성되어야 한다.

곡선에 의하여 보간되는 일반적인 자료점들에 보간 방법은 다음과 같은 성질을 가진다.

- 국부적이다.
- G^1 혹은 G^2이다.
- 크기의 전체적인 변환이나 좌표축의 회전에서는 불변의 성질을 가진다.
- 자료 점에서 접선 벡터는 사용자에 의하여 명시되고 변형 가능하다.

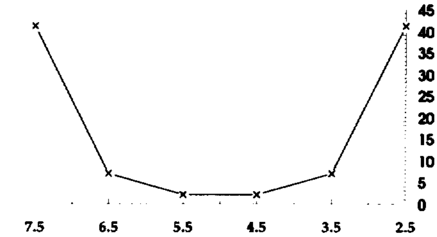
함수로부터 나타나는 자료인 single-value 곡선으로서 보간법을 위한 방법은 다음과 같은 성질을 가진다.

- 국부적이다. 즉, 자료점들 중 하나에 대한 변화는 이와 같은 점들의 작은 이웃 점에서만 영향을 준다.
- G^1 혹은 G^2이다.
- Reflection을 포함하는 x혹은 y 변수에서 크기의 변화에 불변이다.
- 안정적이다. 즉, 자료에 작은 변화는 곡선에 작은 변화를 준다.
- 국부적인 컨벡스 보존성을 가진다.
- 국부적인 단조성에 보존성을 가진다.
- 자료점에서 곡선에 접선 벡터는 사용자에 의하여 명시되고 변형 가능하다. 실제로 자료의 국부적인 양끝에서 곡선의 양끝을 나타낸다.

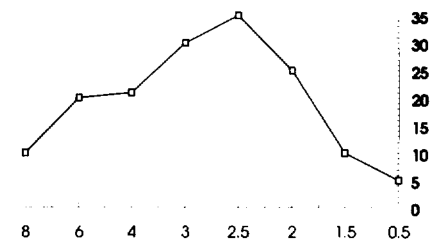
구간 선형 곡면들로 제어 다각형에 형태를 적절하게 나타내는 R^3상에 제어점들의 어떤 집합을 받아들인다.

- 입력 파일로부터 제어 다각형을 받아들인다.
- 스칼라 매개변수의 전체 정의
- 대각선 행렬의 국부적 정의
- 전체적으로 그리고 국부적으로 보충된 절점 벡터들
- 공간상에서 제어 점들의 변환

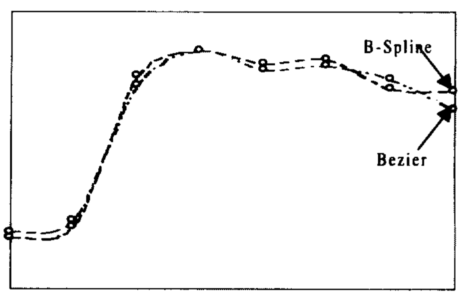
기존의 방법들을 비교할 경우, 새로운 기법은 자료점들과 곡률 값 대신에 단지 점들(그리고 경계 조건들)만을 입력함으로써 요구의 이점을 효과적으로 이용한다. 그리고 분기점에 추가를 도입하지 않고 뿐만 아니라 곡률 상에서 초기의 한정을 부과하는 것도 아니다. 또한 동일선상 혹은 거의 동일선상의 자료조차도 C^2 연속성을 보간하여 생성한다.



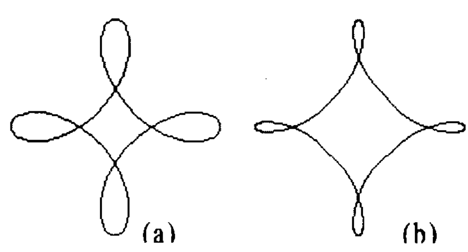
(그림 1)국부적 Convex에 의한 형태 보간 결과
(fig. 1) shape-preserving result of local convex



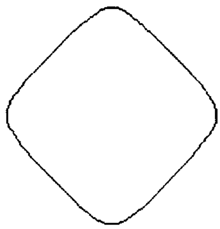
(그림 2) 국부적 단조성에 의한 형태 보간 결과
(fig. 2) shape-preserving result of local monotonicity



(그림 3) Bezier/B-spline 곡선의 구간 보간 결과
(fig. 3) Piecewise interpolation result of Bezier/B-Spline



(a), (b)affine invariance 성질을 이용한 보존성
(a), (b) preservation using the affine invariance property



(c)convexity 성질을 이용한 보존성
(c) preservation using the convexity property

(그림 4) 구간 3차 보간다항식에 의한 곡선변형형태 보존성
(fig. 4) curve variance shape preservation by piecewise cubic interpolation polynomial

5. 결 론

형태 보존성에 대한 매개변수화 다항식 보간법의 새로운 방법은 계속 발전되었다. 제안된 기법은 다양하게 변화하는 다항식 세그먼트의 차수인 3차 보간 spline의 생성에 형태 보존성을 나타낸다. 충분히 큰 다항식 차수는 부여된 자료점들과 경계 조건들로서 나타난 볼록성 정보로 보존되는 곡선을 보장한다. 본 논문에서 제안된 형태 보존성이 유지되는 보간 구조는 곡선 세그먼트의 다항식 차수로서만 제어된다. 즉, 사용자의 부분에서 강한 수학적 배경을 요구하는 곡률 혹은 외부 분기점들과 같은 매개변수를 포함하는 방법이다. 앞으로의 연구방향은 다음과 같다.

1. 동일선상에 자료점과 동일한 곡선 세그먼트 차수를 축소하기 위하여 알고리즘에 "제어점"을 이용하는 방법을 결합한다.
2. 함수적 자료에 대하여 보장된 위의 알고리즘에 최종 곡선 역시도 국부적 보존성이 유지되는 적절한 조건을 결합한다.
3. Spline의 형태 질에 경계조건과 매개변수화의 영향에 대한 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

[1] MAUREEN C.STONE, TONY D.DeROSE, "A Geometric Characterization of Parametric Cubic Curves," ACM Transaction on Graphics, Vol.8, No.3, July. 1989, pp.147-163.

[2] J. C. Ferguson, S.Pruess, "Shape-preserving interpolation by parametric piecewise cubic polynomials," CAD, Vol.23, No.7, Sep, 1991, pp.498-505.

[3] Farin G, Curves and surfaces for CAGD : a practical guide, Academic Press, London, 1990.

[4] Clements, J.C, "Ship lines using convexity- preserving rational cubic interpolation," CAGD, Vol. pp.4269-4278, 1987.

[5] DAVID. R FERGUSON and THOMAS A. GRANDINE, "On the Construction of Surfaces Interpolating Curves," ACM Transactions on Graphics, Vol.9, pp.212-225, 1990.

[6] Fritsch, F and Carlson, R, "Monotone piecewise cubic interpolation," SIAM J. Numer. Anal. Vol. 17, pp.238-246, 1980.

[7] F. N. Fritsch, J. Batland, "A Method for constructing local monotone piecewise cubic interpolation, SIAM j of Sci, stat. Comput 5, pp.300-304, 1984.

[8] J. C. Ferguson and S. Pruess, "Shape-preserving interpolation parametric piecewise cubic polynomials," CAD, Vol.23, No.7, Sep, pp.498-505, 1991.

[9] Kaklis, P. D and Sapidis, N. S, "Convexity-preserving interpolatory parametric splines of non-uniform polynomial degree," National Technical University of Athens, Department of Naval Architecture and Marine Engineering, Ship-Design Laboratory, Technical Report, July pp. 1-64, 1992.

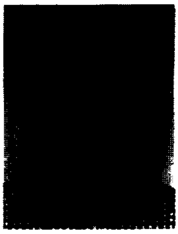
[10] Vera B.Anand, Computer Graphics and Geometric Modeling for Engineers, Wiley & Sons, Inc, 1993.

[11] Xuefu Wang, Fuhua(Frank) Cheng and Brian A Barsky, "Energy and B-spline interproximation," CAD Vol.29, No.7, pp.485-496, 1997.

[12] Eugene V. Shikins Alexander I. Plis, Handbook on SPLINE for the User, CRC Press, 1995.

[13] Christoph M. Hoffmann, Geometric & Solid Modeling, Morgan Kaufmann Publisher, 1989.

[14] T.N.T Goodman and K. Unsworth, "Shape preserving Interpolation by parametrically defined curves," SIAM J. Number. Anal, Vol.25, No.6. December 1988.



이 아 리

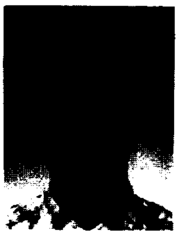
e-mail : ahri@cs.kwangwoon.ac.kr

1993년 광운대학교 전자계산학과 (이학사)

1996년 광운대학교 대학원 전자계산학과(이학석사)

1997년~현재 광운대학교 대학원 전자계산학과 박사과정

관심분야 : 컴퓨터그래픽스, 알고리즘



박 철 호

e-mail : chpark@cs.kwangwoon.ac.kr

1992년 광운대학교 이과대학(이학사)

1994년 광운대학교 대학원 전자계산학과(이학석사)

1999년 광운대학교 대학원 전자계산학과(이학박사)

1999년~현재 두원공과대학 컴퓨터그래픽스과 교수

관심분야 : 컴퓨터 그래픽스, 계산기하학, 이미지 매칭

심 재 홍

e-mail : jhsim@cs.kwangwoon.ac.kr

1967년 서울대학교 수학과(이학사)

1980년 고려대학교 대학원 수학과 (이학석사)

1988년 경희대학교 대학원 수학과 (이학박사)

1984년~1986년 정보과학회 부회장 역임

1984년~현재 광운대학교 전자계산학과 교수

관심분야 : 컴퓨터 그래픽스, 수치해석학, 알고리즘