

분산 데이터 보간을 이용한 자유 형태 곡면 생성방법

이 아 리[†] · 박 철 호^{††} · 심 재 홍^{†††}

요 약

본 논문에서는 자유 형태 곡면을 설계할 수 있는 효과적인 방법으로 분산 데이터 보간 방법을 제안한다. 데이터 보간 방법은 다양한 물체를 모델링하는데 필수적인 방법이다.

구조가 복잡한 자유형태곡면을 생성하기 위하여 기존의 방법은 제어점의 가중치를 계산하여 물체를 나타낼 경우, 물체의 편평한 영역과 날카로운 모서리 부분이 나타나는 문제점이 있었다. 이러한 문제점을 해결하기 위해서 분산 데이터 보간을 이용하여 새로운 근사곡면 생성방법을 제시한다. 이 방법은 주어진 제어점들과 변환된 물체상의 점에 변화영역에서 최적의 값을 가지는 주요곡률을 계산하여 B-스플라인 보간함수를 구하고 이를 이용하여 근사된 자료의 변화량을 계산한다. 또한 최소의 가중치를 분산 데이터 보간에 이용함으로써 보다 자연스러운 자유형태 곡면을 설계하는 방법을 제안한다.

The Generation of Free-Form Surface using Scattered Data Interpolation

Ah-Ri Lee[†] · Chul-Ho Park^{††} · Je-Hong Sim^{†††}

ABSTRACT

This paper proposes the scattered data interpolation as an efficient method that is designed for free-form surface. Data interpolation is an essential method of designing for various objects. For the generating free-form surface of complexity construction, the existing method had problems to represent flat area and sharp corner edge, in presenting objects with computing the weight of control points. For solving this problem, we proposes the generating method of new approximation surfaces, using scattered data interpolation. This method obtains B-Spline basis function which calculates main curvature, having optimized value in variable area, on given control points and changed objects, and then computes the changing rate of approximating data, using it's value.

We also present this method that generates smoother free-form surface, using the scattered data interpolation with minimum weight

1. 서 론

자유 형태 모델링은 컴퓨터 그래픽스, 화상처리, 컴

퓨터 비전, 패턴인식, Computer-Aided Design 그리고 많은 다른 분야에서 요구된다[14]. 이 같은 작업은 대부분이 원하는 이미지 혹은 객체를 생성하는데 사용되는 곡선/곡면과 주어진 점들의 집합을 지나거나 보 간하는 곡선/곡면을 구성하는 것이다. 스플라인 곡선/ 곡면을 이용한 보간법은 그 동안 폭넓게 연구되었다.

† 준 회 원 : 광운대학교 대학원 전자계산학과

†† 정 회 원 : 두원공과대학 컴퓨터그래픽스과 교수

††† 정 회 원 : 광운대학교 컴퓨터과학과 교수

논문접수 : 1999년 4월 7일, 심사완료 : 1999년 8월 9일

기존의 방법들은 연속된 절점과 제어점, 그리고 급격히 변화되는 데이터가 주어졌을 때, 보간하는 곡선 혹은 곡면들에 결과형태가 원하지 않는 진동으로 나타나는 문제점이 있었다. 또한, 자유형태 곡면 보간 방법은 주어진 구간에 불규칙적으로 곡선화된 곡면 메쉬를 자연스럽게 표현하기 위하여, G^1 연속성으로 인접한 곡면들과 결합하여 생성될 때, 많은 계산량이 필요한 문제점이 있었다. 또한 주어진 곡면들의 보간이 필요로 하지 않는 경우, Reinsch[8]은 최소화되는 곡선의 가중치로 주어진 점들을 근사하는 3차 스플라인 곡선 구성 알고리즘을 제안하였다. 이러한 접근방법은 정확하게 표현될 수 없는 대부분의 자료 점들인 자연현상(natural phenomena)으로 재구성될 때, 효과적인 표현을 위하여 정형(fitting) 과정을 사용한다. 정형(fitting)과정은 CAD 설계자가 임의의 정형(fitting) 점이 최적의 값으로 나타낼 수 없는 다양한 분야에서 요구된다. 주어진 영역은 정형 곡선(fitting curve)의 제어하기 위하여 연속된 자료점들 간에 정확하게 나타난다. 또한 불확실한 점들을 계산하고, 자료 점들의 위치를 보장하기 위한 효과적인 방법이 필요하다. 본 논문에서는 분산 데이터 보간방법을 이용하여 이러한 문제점을 해결한 새로운 자유형태 곡면 생성 방법을 제안한다. 다양한 물체를 설계하기 위한 곡선과 곡면의 제어방법은 정확성 및 안정성 등을 만족하여야 한다.

기존의 자유형태 곡면을 생성하기 위한 분산 데이터 보간 방법은 가중치를 계산하여 생성된 결과 형태에서 편평한 영역과 날카로운 모서리 부분이 나타나는 문제점이 있었다. 이러한 문제점을 해결하기 위해서 주어진 가중치로 계산된 형태상의 점들을 보간하고 계산된 자료점을 이용하여, 새로운 자유 형태 곡면 표현을 위한 근사 보간 알고리즘을 제안한다. 제안한 알고리즘은 자유 형태 곡면상의 변화된 분산 데이터를 자료점으로 간주하고, 계산된 자료점과 영역에서 데이터를 보간하여 자유형태 곡면의 최소화된 주요 곡률을 기본으로 하는 최소의 가중치를 계산함으로써, 부드러운 자유형태 곡면 생성 방법을 제시한다.

논문의 구성은 2절에서는 자유형태 곡면생성방법과 보간 방법에 관한 기존 연구 및 문제점을 나타내고, 3절과 4절에서는 근사된 자료점을 이용한 새로운 분산 데이터 보간방법을 제시한다. 5절에서는 제안된 방법의 분석과 실험결과를 나타내고, 6절에서는 결론과 향후 연구방향을 제시한다.

2. 기존 연구

스플라인 함수로 모델링된 모델들, 즉 제어점과 제어점들로 표현된 물체는 곡선과 곡면을 제어하기 위한 제어점들을 이용하여 자유형태 곡면을 생성시킬 수 있다. 그러나 자유 형태 곡면들은 많은 양의 패치 혹은 제어점들로 표현된다. 그러므로, 보다 효율적인 곡선과 곡면 생성방법이 필요하다. 따라서, 부드러운 곡선과 곡면의 생성을 위하여 곡선 세그먼트들로써 근사 보간하는 효과적인 계산방법이 필요하다. 이러한 계산 방법은 어느정도의 결합 허용한계에 의하여 주어진 자유 형태 곡면을 근사하는데 중요한 부분이다. 이와 같이 자료의 집합에 보간 구조는 수치해석의 전통적인 문제로써 또한 컴퓨터 그래픽스 분야에 중요한 부분인 곡면을 생성하기 위한 알고리즘의 기본이 된다.

스플라인 곡선이 몇 개에 주어진 점들을 보간하는 반면, 대부분의 다른 점들이 특정한 영역들만을 지난다면, 단지 데이터 점들의 영역만을 알고 있을 경우 서로 연관되어 적절한 형태를 가지는 곡선들에 대한 조건이 필요하다. 명시된 영역은 정형 곡선(fitting curve)을 제한하기 위해서, 연속된 자료점들간의 정확도를 나타낸다. 또한 불연속인 점들과 자료점들의 근사값을 만족하기 위한 상호작용기술의 연구가 많이 진행되어왔다.

Fritsch와 Carlson[2]은 보간 곡선 생성을 위하여 단조성을 보장한 3차 곡선을 생성하기 위하여 각 곡선상의 점으로서 곡률을 계산하여 제한영역에 조건들이 만족되는 방법을 제시하였다. Weiyin과 Kruth[6]는 주어진 두 개 혹은 세 개의 3차 곡선과 곡면들이 제한된 구간 내에서 절점들을 삼입함으로써 부드럽게 표현하는 기법을 제안하였다. 또한, Cohen과 Schumaker[1]는 구간 선형 곡선 근사법의 영역에서 구간 선형곡선들의 자료를 축소하기 위한 방법을 제안하였다. Reinsch[8]은 최소화된 곡선에 자료점의 가중치로서 주어진 점들을 근사시키기 위한 3차 스플라인 곡선의 구성 알고리즘을 제안하였다. 이 방법은 기하학적 형태 설계에서 가중치를 근사 계산하는 방법에 매우 중요한 기법으로, 자유 형태 곡선과 곡면들로 표현된 물체를 최적화하기 위한 방법으로 가중치를 이용한다. 그러나 실제 보간 곡선과 곡면의 기하학적인 부드러움은 매개변수화에서 절점에 삼입된 결과로 나타난 자유형태 곡선과 곡면의 가중치를 계산하는데 많은 시간이 걸리므로, 빠른속도를 항상 보장 할 수 없다. 또한 제한된 영역에 설정된

가중치에 따라 물체의 근사 범위가 결정되므로 사용자의 요구에 만족하지 않는 형태를 생성하는 경우가 발생한다.

3. 문제의 정의

3.1 접근방법

제안한 방법은 분산 데이터를 이용하여 계산된 매개 변수화 함수식을 이용하여 자유 형태 곡면의 부드러움과 생성된 물체 상에서 날카로운 모서리 부분을 자연스럽게 생성하는 새로운 보간 방법을 제시한다. 최적의 가중치로 분산데이터 보간방법을 이용하면 자유 형태 곡면의 변화와 제어점과의 관계를 간단한 수식으로 표현할 수 있다. 이 방법은 B-스플라인의 기저함수를 분산 데이터 보간방법의 기저함수로 사용하므로 자유 형태 곡면함수는 최적의 가중치에 변형점과 주어진 제어점과의 3차 B-스플라인 기저함수가 정의된다. 그러므로 본 논문에서는 부드러운 자유형태 곡면 생성을 위하여 분산데이터의 보간으로 최적의 곡률을 계산함으로써 부드러운 자유형태 곡면을 생성하는 3차원 B-스플라인 기저 함수를 정의하는 것이다.

3.2 자유형태 곡면의 근사와 데이터의 보간법

제어점의 가중치로 표현된 자유 형태 물체는 사용자가 원하지 않는 형태로서 날카로운 모서리 부분이 나타나는 문제를 가진다.

본 논문에서는 이러한 문제점을 해결하기 위하여 주어진 제어점 또는 영역에서 제공된 주요 곡률을 계산하여 최소의 가중치로 근사보간된 부드러운 B-스플라인 곡선과 곡면을 생성한다. 예를 들면,

$k = \{u_0, u_1, \dots, u_n, w_1, w_2, \dots, w_m\}$ 을 $u_0 = a$ 를 가지는 매개변수 구간 $[a, b]$ 에 포함되는 각각의 절점들에 집합이라 하자. 그리고 H 를 절점 연속 k 에 대하여 구간 $[a, b]$ 상에서 3차 스플라인 곡선에 2D 집합이라 하면,

$H = \{S = (s_1, s_2)\}$ 로 정의된다. 단, 여기서 s_1, s_2 는 절점에 연속 r 에 대하여 구간 $[a, b]$ 상에 실수 3차 스플라인 함수를 나타낸다. 즉 함수 H 를 구하는 문제는 삼차원 공간상의 점들에서 주어진 자료점들을 보간하는 함수를 주어진 구간 상에서 계산할 수 있다. 따라서, 다음절에서 물체의 보간을 위한 분산 데이터 보간 방법을 설명한다.

4. 분산 데이터의 보간방법

4.1 분산 데이터를 이용한 B-스플라인 보간기법

기존의 자유형태 곡면을 생성하기 위한 분산 데이터 보간방법은 가중치로 생성된 물체에서 나타난 문제점인 편평한 영역과 날카로운 모서리 부분을 자연스럽게 표현하기 위하여 본 논문에서는 분산 데이터 보간을 이용한 새로운 근사 곡면 생성 방법을 제시한다.

$k = \{u_0, u_1, \dots, u_n, w_1, w_2, \dots, w_m\}$ 을 $u_0 = a$ 를 가지는 매개변수 구간 $[a, b]$ 에 포함되는 각각의 절점들에 집합이라 하자. 그리고 H 를 절점 연속 r 에 대하여 구간 $[a, b]$ 상에서 3차 스플라인 곡선에 2D 집합이라 하면, $H = \{S = (s_1, s_2)\}$ 로 표현된다.

[조건 1] 분산 데이터 $P_i = (x_i, y_i)$, $i = 0, 1, \dots, n$ 라 하고, 절점 영역 $A_j = [a_j, b_j] \times [c_j, d_j]$, $j = 1, 2, 3, \dots, m$ 라 하면 보간된 분산 데이터 $\hat{S} = (\hat{s}_1, \hat{s}_2) \in H$ 는 식 (1)과 같이 나타난다.

$$\hat{S}(u_i) = P_i, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

$$\hat{S}(w_j) \in A_j, \quad j = 0, 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

H : 연속인 절점 u 에 대하여 구간 $[a, b]$ 상에 3차 스플라인 곡선의 2차원 집합.

s_1, s_2 : 연속인 절점 u 에 대하여 구간 $[a, b]$ 상에 실수 3차 스플라인 함수.

즉, 모든 3차 스플라인 곡선들은 u_i , $i = 0, 1, 2, \dots, n$ 에서 P_i 를 보간하고 최소의 가중치로 가장 부드러운 형태를 가지는 유일한 값, w_j , $j = 1, 2, \dots, m$ 에서 A_j 을 지나는 값을 계산한다. 가중치가 각각의 구성 자료값들을 기본적으로 계산하기 때문에 비록, 3차 스플라인 곡선이 두 개의 이상의 값을 가진다 하더라도 각 값은 실제적으로 동일한 값을 가진다. 그러나 단일 값을 가지는 곡선에 대한 문제를 해결하기 위하여 다음과 같이 분산 보간 데이터의 집합 F 를 정의하여 [조건 1]을 [조건 2]와 같이 나타낸다.

[조건 2] 주어진 데이터 x_i , $i = 0, 1, 2, \dots, n$ 라 하고, 절점의 영역 $A_j = [a_j, b_j]$, $j = 1, 2, \dots, m$ 이라 하면 식 (3)과 같이 보간 데이터를 포함하는 $f \in F$ 를 계산할 수 있다.

$$f(u_i) = x_i, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

$$f(w_j) \in A_j, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (4)$$

$$\tilde{F} = \{g \mid g \in F, g(a) = g^{(1)}(a) = 0\} \quad (5)$$

그러므로, 위 (5)식에 의하여 다음과 같은 함수 식으로 나타낼 수 있다.

```

Procedure Dataarray (data, weight)
void insert(key, r)
/* insertion of initial data */
typekey key; dataarray r;
{
extern int n;
if(n >= m)
Error /* Table is full */
else r[n++].k = key;
}
datarecord *search(key, list)
/* new weight value search */
typekey key; datarecord *list;
{
datarecord *p;
for(p = list; p != Null && key
!= p -> k; p = p -> next);
return(p);
}
    
```

$$f(u) = \tilde{f}(u) + x_0 + x_0'(u - a) \quad (6)$$

따라서, (6)식을 보간함수를 정의한다.

$$\tilde{f}(u_i) = x_i - x_0 - x_0'(u_i - a), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

$$\tilde{f}(w_j) \in A_j - x_0 - x_0'(w_j - a), \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (8)$$

따라서, 보간 함수 H는 $i = 1, 2, \dots, n$
 $j = 1, 2, \dots, m$ 로서 보간데이터 영역 u 에 대하여
 $g_i(u) = k(u, u_i)$, $h_i(u) = (u, w_j)$ 을 만족하여야 한다.
 그러므로 3차원 공간상에서 보간된 데이터들의 집합이 주어지면, 보간 함수는 보간 영역 위에 있는 제어점들에 의하여 생성되는 uniform B-스플라인 함수를 구한다. 보간된 분산 데이터들의 집합을 \tilde{f} 로 표시하고, 이때, \tilde{f} 의 구성을 보간된 분산데이터의 가중치 g_i 와 h_j 의 선형 보간식으로 나타낸다. 따라서, [조건 1]과 [조건 2]에 의하여 보간함수 \tilde{f} 는 임의의 상수 $\alpha_i, i = 1, 2, 3, \dots, n$ 와 $\beta_j, j = 1, 2, 3, \dots, m$ 에 대하여 다음 식 (9)을 만족한다.

$$\tilde{f} = \sum_{i=1}^n \alpha_i g_i + \sum_{j=1}^m \beta_j h_j \quad (9)$$

식 (9)에서는 분산 데이터 보간에 대한 가중치만을 이용하여 보간함수를 나타낸다. 보간된 분산 데이터의 집합인 \tilde{f} 의 존재성은 분할 가능한 3차원 공간상의 주어진 매개변수 영역을 포함하는 부분집합이 공집합이 존재하지 않는다 라는 조건으로써 계산된다. 그러므로, 식 (6)으로부터 식 (10)이 계산된다.

$$\tilde{f} = h + \sum_{i=1}^n \alpha_i g_i + \sum_{j=1}^m \beta_j h_j \quad (10)$$

단, 상수 $\alpha_i, i = 1, 2, \dots, n$, $\beta_j, j = 1, 2, 3, \dots, m$
 h : \tilde{f} 가 $\{g_1, g_2, \dots, g_n, h_1, h_2, \dots, h_m\}$ 의 선형 공간에서 직교하는 원소.
 이때, 상수 $\alpha^t = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ 는
 단지 $\beta^t = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m)$ 에 영향을 받아서 식 (11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\alpha = Z^{-1}(y(t) - W\beta) \quad (11)$$

단, 분산 데이터의 곡률 :

$$Z = (Z_{k,i})_{n \times n} = (\langle g_i, g_k \rangle)_{n \times n}$$

보간데이터의 곡률 :

$$W = (W_{k,j})_{n \times m} = (\langle h_i, g_k \rangle)_{n \times m}$$

보간된 불연속 데이터의 집합 :

$$y(t)' = (\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_n)$$

여기에, Z, W 그리고 \tilde{y} 에 대한 계산은 식 (12)와 같다. 이때, 분산 데이터의 가중치에 의하여 나타난 선형 보간식인 $\sum_{i=1}^n \langle g_i, h_l \rangle \alpha_i + \sum_{j=1}^m \langle h_j, h_l \rangle \beta_j \in y(t)_l$, $l = 1, 2, 3, \dots, m$ 으로서 $W\alpha + N\beta \in y(t)$ 를 정의한다. 그러므로, 식 (12)를 사용함으로써 식 (13)을 나타낸다.

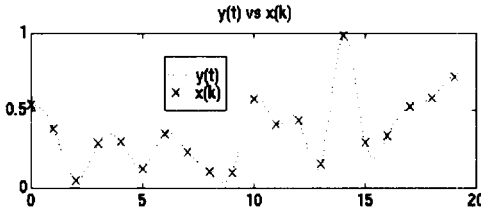
$$\begin{aligned} W\alpha + N\beta &= WZ^{-1}(\tilde{y} - W\beta) + N\beta \\ &= WZ^{-1}\tilde{y} - WZ^{-1}W\beta + N\beta \\ &= (N - WZ^{-1}W)\beta + WZ^{-1}\tilde{y} \end{aligned} \quad (12)$$

그러므로, 식 (12)으로부터 식 (13)을 정의한다.

$$(N - WZ^{-1}W)\beta \in y(t) - WZ^{-1}\tilde{y} \quad (13)$$

따라서, 보간 데이터의 가중치에 대한 최소화된 $\|\tilde{f}\|$ 가 주어진 [조건 1,2]에 의하여 자유형태 객체를 부드

럽게 근사화 시킬 수 있는 형태로 표현할 수 있다.



(그림 1) B-스플라인 곡선의 근사된 데이터

4.2 자유형태 곡면 생성방법

B-스플라인의 근사보간 방법에 의하여 생성된 B-스플라인 기저함수는 가중치에 의하여 결정된다. 가중치의 값이 크게 되면 근접 데이터 집합이 보다 많은 점들을 포함하여 근사화하는 정확도가 낮아진다. 반대로 가중치의 값이 최소가 되면 근접 데이터 집합의 영역이 줄어든다. 이것은 편평한 영역과 날카로운 모서리 부분이 나타난다.

그러므로, 가중치로 나타난 곡선과 곡면에 제안된 근사 보간법을 이용하면 곡선의 변화와 제어점과의 관계를 간단한 수식으로 표현된다. [보조정리 1]에 의하여 계산된 $\|j\|$ 는 다음 조건에 종속되어 $\beta^t V \beta$ 를 다음 식과 같이 정의한다.

```

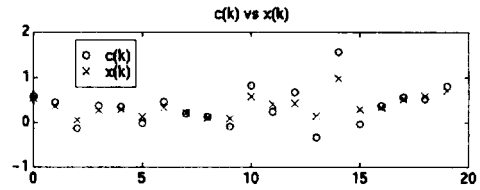
Procedure Dataarray (data, weight)
void insert(key, r)
/* insertion of initial data */
typekey key; dataarray r;
{
  extern int n;
  if(n>=m)
    Error /* Table is full */
  else r[n++]=k=key;
}
datarecord *search(key, list)
/* new weight value search */
typekey key; datarecord *list;
{
  datarecord *p;
  for(p=list; p != Null && key
    != p -> k ; p = p -> next);
  return(p);
}
    
```

$$V\beta \in y(t) - WZ^{-1}\hat{y} \tag{14}$$

$$\text{단, } V = N - WZ^{-1}W \tag{15}$$

이때, V는 식 (15)에 의하여 정의된다. 그러므로 정

리는 $\hat{y}Z^{-1}\hat{y}$ 가 상수라는 것이 증명됨으로서 나타난다. 그리고 이 사실은 β 가 (14)식을 만족한다. 최소화한 $\beta^t V \beta$ 가 식 (15)에 조건에 대하여 종속일 경우, 첫 번째로 행렬 V는 대칭이고 정수형 정의이다. 이것은 V가 Cram 행렬에 의하여 나타낼 수 있기 때문이다. c(k)는 곡률을 나타내고, x(k)는 초기의 데이터를 나타낸다.

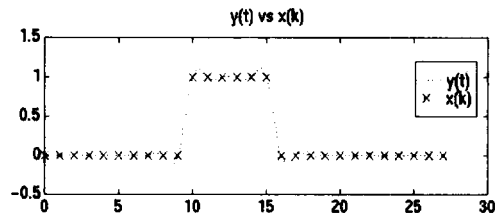


(그림 2) 가중치로 최소화된 B-스플라인 곡선의 분산 데이터

그러므로, 행렬 V는 식 (16)에 의하여 $h_j, j=1, 2, 3, \dots, m$ 인 Cram 행렬로서 정의된다. 이때, $\hat{h}_j = (1 - P_j)h_j, j=1, 2, \dots, m$ 이고, P_j 는 $\{g_1, g_2, \dots, g_n\}$ 인 선형공간상에서 근사 데이터이다. 따라서 β 는 식 (16)과 $\beta^t V \beta$ 에서 $V^{-1}\gamma$ 에 의하여 대치된다. 그리고 식 (16)에 조건에 의하여 최소화된 $\beta^t V \beta$ 는 조건에서 종속되는 최소화된 $\gamma^t V^{-1}\gamma$ 와 동일하다.

$$\gamma \in y(t) = y(t) - WZ^{-1}y(t) \tag{16}$$

최소화는 항상 존재한다. 그 이유는 $f(\gamma) \equiv \gamma^t V^{-1}\gamma$ 가 m차원 유클리디안 공간의 부분집합 $x(t)$ 상에서 연속함수이기 때문이다.



(그림 3) 선형 공간상의 최소화된 곡선 데이터

실제 V^{-1} 가 대칭이고 정수형에 정의 일 경우, 최소화는 유일하게 계산된다.

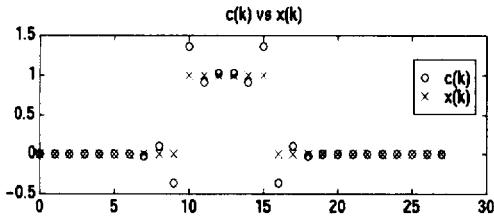
그러므로 위의 처리과정을 단계별로 구성하면 다음과

같다.

[단계 1] 최소화된 근사 보간 데이터 집합 $y \in x(t)$ 를 계산함으로써 $\gamma/V^{-1}\gamma$ 는 최적의 값을 가진다.

[단계 2] 상수 $\beta = V^{-1}\gamma$ 를 계산한다.

[단계 3] [단계 2]에 의하여 계산된 값으로써 $\alpha = Z^{-1}(y(t) - W\beta)$ 을 계산한다.



(그림 4) B-스플라인 곡선의 분산 데이터 보간결과

```

Procedure DataSearch
(minweight,curvature)
/* curvature : k , weight : j */
function search
(key: typekey; var r: dataarray) : integer ;
var high, j, low : integer;
begin
  low :=1 ; high := n;
  while(r[high].k >= key)
    and (key > r[low].k) do
    begin
      j := trunc((key - r[low].k)
        / (r[high].k - k[low].k)
        * (high-low)) + low;
      if key > r[j].k then low = j+1;
      else if key < r[j].k then high := j-1
      else low := j
      end;
      if r[low].k = key then search :=low
        /* found(r[low]) */
      else search := -1; /* not found(key) */
      end;
    end;
  end;

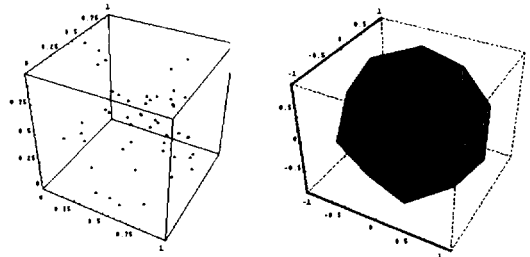
```

5. 설계 및 구현

5.1 설 계

알고리즘은 3차 스플라인 함수와 2D 3차 스플라인 곡선들 모두에 대해 C++로 구현하였다. nonuniform 3차 스플라인 함수는 (그림 5)에서 보여진 형태로부터 가져온 20개 점들을 보간한다. 매우 빠르게 정형과정 (fitting processing)한 점들에 대해, 점 b와 d간의 원하지 않은 진동이 나타난다. 3개의 구간 [0.6, 0.7], [0.5, 0.55], [0.5, 0.52]는 각각 a와 b, b와 c, c와 d간에 대해

여 그리고 함수의 구성은 주어진 점들과 명시된 구간들을 지나는 것을 저장하고 있다. 보간한 곡선의 형태는 구간에서 더 작은 구간들로 축소함으로써, 혹은 구간에서 좀 더 적절한 위치로 변환시킴으로써 향상된 형태를 나타낸다. 만약, 구간이 단일 점으로 축소된다면, 곡선의 보간점은 더 간단하게 생성된다. 23개의 점들을 보간한 uniform 2D 3차 스플라인 곡선은 (그림 6)에서 나타난 형태이다. 이 때 몇 개의 심한 진동이 발생한다. 그러나 인접한 영역에서 4개의 4형 영역의 절점에 의하여, 부드러운 곡면을 생성한다. 세그먼트화된 곡선은 구간에서 더 작은 구간들 혹은 단일 점들 중에 하나를 축소시킴으로써 자유 형태곡면으로 향상된다. 만약, 축소된 구간일 경우에는 간단한 절차를 사용해야 한다. 그 결과 실제 절점에서 곡선값이 화면 상에 출력된다.



(그림 5 (a))

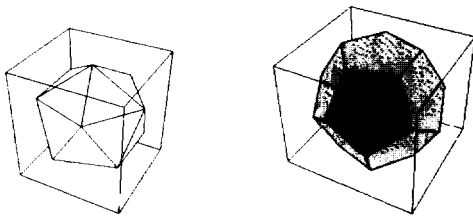
(그림 5 (b))

(그림 5) 분산데이터 보간을 이용한 국부 제어

5.2 설계 및 구현

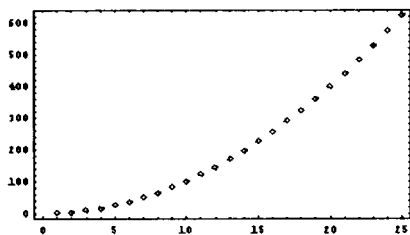
본 연구를 위한 프로그램에서 나타나는 결과형태는 먼저 데이터로서 입력되었던 곡면상의 점들을 선형으로 연결하여 출력함으로써 데이터 점들이 정확하게 입력되었는지를 결과 형태에 의해 검사한다. 이 같은 결과는 분산 데이터의 변화량에 대한 근사값이 커지게 되면 근접 데이터 집합의 보다 많은 점을 포함하게 된다. 그러므로 주어진 점들을 근사화하는 정확도는 떨어지게 되지만, 근사함수의 윤곽이 보다 정확한 형태를 표현할 수 있다. 반대로 분산 데이터의 변화량에 대한 근사값이 작아지게 되면 근접 데이터 집합의 영역이 줄어들게 된다. 따라서 윤곽이 보다 날카로워지게 되지만, 이는 주어진 점들보다 정확히 근사화할 수 있는 결과를 나타낸다. (그림 6)에서 정형화된 물체를 변화량의 데이터를 분산 데이터로 이용하여 국부적으로 제어한 그림을 나타내고, (그림 7)에서는 선체 중앙

에서 선수 부까지의 결과로서 그림에 선체 중앙에서 선미 부까지의 결과로서 각각 나타나 있다. 이들을 나타낸 후 3차 스플라인 곡면을 나타내기 위한 곡면상의 조정 점들을 출력하는데 선체 중앙에서 선수 부까지의 곡면에 대한 구간 조정 점들이 (그림 7)에 선체 중앙에서 선미 부까지의 곡면에 대한 조정 점들이 그림에 나타나 있다. 따라서 조정 점들에 의해 제어되어 각각의 수선들 사이를 보간 하여 형성된 두 개의 3차 스플라인 곡면이 선체중앙에서 선수 부까지가 그림에, 선체 중앙에서 선미 부까지가 (그림 7)에 각각 나타나 있다. (그림 5)는 (그림 6)에서 국부적 수정을 요하는 잘못 입력되어진 곡면상의 점을 나타낸 출력의 결과로서 변경된 조정 점의 이동된 결과를 나타낸다. 그림에 나타나 이동된 조정 점을 (그림 5(a)와 (b))에 의하여 정상적으로 출력된 조정 점과 비교하면 조정 점 한 개만이 국부적으로 이동 된 것을 알 수 있고 잘못 입력된 점 'P'로서 변경된 곡면을 참조 할 때도 변경되어진 곡면이 국부적으로 변경됨을 알 수 있다. 따라서 3차 스플라인 곡면에서는 곡면 모델링시 형성되어질 곡면상의 주어지는 데이터 점 한 두 개를 국부적으로만 이루어짐을 알 수 있다. 그러므로 선체 곡면의 정형 과정에서 수 작업 정형(manual fairing) 또는 곡선 접근 방법(curve-approach)에 의한 CAD 시스템에서의 정형 과정보다 분산 데이터 보간 방법에 의한 곡면 접근 방법이 정확하고, 효율적임을 알 수 있다.

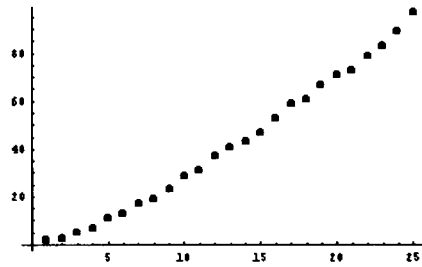


(그림 6 (a)) (그림 6 (b))

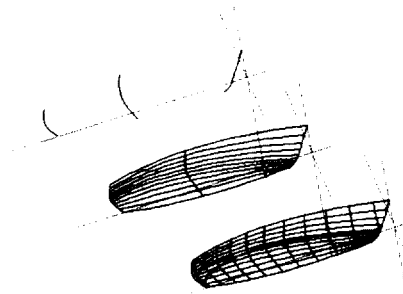
(그림 6) 분산 데이터를 이용한 물체의 구간 제어



(그림 7 (a)) fitting과정을 이용한 선형 곡선



(그림 7 (b)) 분산데이터 보간 방법을 이용한 선형 곡선



(그림 8) 분산 데이터 보간을 이용하여 국부 제어된 자유형태 곡면

6. 결 론

본 논문에서는 자유 형태 곡면을 설계할 수 있는 효과적인 방법으로 분산 데이터 보간방법을 제안한다. 다양한 물체를 설계하기 위하여 곡선과 곡면의 제어방법은 정확성 및 안정성등의 성질을 만족하여야 한다. 기존의 자유형태 곡면을 생성하기 위한 분산 데이터 보간방법은 가중치를 계산하여 생성된 결과 형태에서 편평한 영역과 날카로운 모서리 부분이 나타나는 문제점이 있었다. 그러나 분산 데이터 보간을 이용하여 이러한 문제점을 해결한 새로운 근사 곡면 생성 방법을 제시한다. 이 방법은 주어진 제어점들과 변환된 물체상의 점에 변화영역에서 최적의 값을 가지는 주요곡물을 계산하여 B-스플라인 보간함수를 구하고, 이를 이용하여 근사된 자료의 변화량을 계산한다. 또한 최소의 가중치로 분산 데이터 보간에 이용함으로써 보다 자연스러운 자유형태 곡면을 설계하는 방법을 제안한다.

참 고 문 헌

[1] Cohen, E, Lyche, and Schumaker.L, "Algorithm

for degree raising of Spline," ACM Trans. Graph. Vol.4, No.3, pp.171-181, 1985.

[2] Fritsch, F and Carlson, R. "Monotone piecewise cubic interpolation," SIAM J. Number. Anal. Vol.17, pp.238-246, 1980.

[3] JCFerguson and SPruess, "Shape-Preserving interpolation by parametric piece-wise cubic polynomials," Vol.23, No.7, Sep. 1991.

[4] LeeETY, "Energy fairness and a counter-example," CAD22(1), pp.37-40, 1990.

[5] Stone, M and DeRose, "A geometric characterization of parametric cubic curves," ACM Trans. Graph, Vol.8, pp.147-163, 1989.

[6] Weiyin, M and Kruth, "Parameterization of randomly measured points for least squares fitting of B-spline curves and surfaces, CAD, Vol.27, No.9, pp.663-675, 1995.

[7] XuefuWang, Fuhua(Frank) Cheng and Brian A Barsky, "Energy and B-spline interproximation," CAD, Vol.29, No.7, pp.485-496, 1997.

[8] Reinsch, C H, "Smoothing by Spline functions," Number. Math. Vol.10, No.3, 1967.

[9] Panagiotis D.Kaklis, Nickolas S. Sapidis, "Convexity-preserving interpolatory parametric Splines of non-uniform polynomial degree," CAGD, Vol.12, pp.1-26, 1995.

[10] Michael E. Mortenson, Geometric Modeling, John Wiley & Sons INC, 1997.

[11] R A Earnshaw and J A Vince, Computer Graphics, Academy Press, 1995.

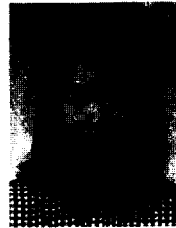
[12] Alan Watt, 3D Computer Graphics, Addison-Wesley, 1993.

[13] Sederberg, T and Farouki, R. T, Approximation by interval Bezier curved, IEEE Computer Graphics and Applications, Vol.15, No.2, pp.87-95, 1992.

[14] Les Piegl, Wayne. Tiller, The NURBS Book,

Springer, 1995.

[15] Vera B. Anand, Computer Graphics and Geometric Modeling for Engineers, JohnWiley & Sons, Inc. 1993.



이 아 리

e-mail : ahri@cs.kwangwoon.ac.kr

1993년 광운대학교 전자계산학과 (이학사)

1996년 광운대학교 대학원 전자계산학과(이학석사)

1997년~현재 광운대학교 대학원 컴퓨터과학과 박사과정

관심분야 : 컴퓨터그래픽스, 알고리즘



박 철 호

e-mail : cgpark@dowon.ac.kr

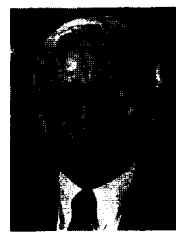
1992년 광운대학교 이과대학(이학사)

1994년 광운대학교 대학원 전자계산학과(이학석사)

1999년 광운대학교 대학원 전자계산학과(이학박사)

1999년 현재 두원공과대학 컴퓨터그래픽스과 교수

관심분야 : 컴퓨터 그래픽스, 계산기하학, 이미지 매칭.



심 재 홍

e-mail : jhsim@cs.kwangwoon.ac.kr

1967년 서울대학교 수학과(이학사)

1980년 고려대학교 대학원 수학과 (이학석사)

1988년 경희대학교 대학원 수학과 (이학박사)

1984~1986년 정보과학회 부회장 역임

1984년~현재 광운대학교 컴퓨터과학과 교수

관심분야 : 컴퓨터그래픽스, 수치해석학 알고리즘