

3차 Ball 곡선을 이용한 자유 형태 곡면 근사 방법

이 아 리[†] · 심 재 흥^{††}

요 약

블렌딩 함수의 성질을 이용한 일반적인 곡선과 곡면은 자유형태 물체를 생성하는 기본 방법이다. 기존의 방법은 이러한 자유형태 물체를 표현하기 위해서 많은 양의 선 세그먼트와 보간 알고리즘으로 데이터 계산량이 증가하였다. 본 논문에서는 이러한 문제를 효과적으로 해결하기 위해서 형태보존성을 가지는 Ball곡선을 이용함으로써 유연한 자유 형태 곡선과 곡면 근사 방법을 제안한다. 제안한 방법은 여러 개의 곡선이 결합하여 이루어진 고차의 자유형태곡면을 설계하는데 요구되는 기하학적 연속성을 포함한다. 또한 자유형태곡선의 기하학적 성질을 이용하여 많은 양의 데이터를 축소하여 표현할 경우 결과 물체의 형태보존성이 유지되어 계산량이 감소하면서도 원하는 자유형태 물체를 표현할 수 있다.

The Approximation of Free-form Surface using Cubic Ball Curve

Ah-Ri Lee[†] · Jae-Hong Shim^{††}

ABSTRACT

A general curve and surface is a basic method to generate Free-form object using the fundamental properties of blending function. In typical method, there is an overhead of calculating to present Free-form object with the line segments and interpolation algorithm. In this paper, for resolving this problem efficiently, it will propose the flexible Free-form curves/surfaces using Ball curve shape-preserving property. This method includes Geometric Continuity that is needed to design Free-form Surface of high degree consisted with many curves. Also, when lots of data are reduced using Geometric Property of Free-form curves, the shape-preserving property of resulting object can be maintained, then it can represent any Free-form object with less calculating

1. 서 론

차의 몸체, 비행기의 동체와 날개 등과 같은 객체들의 구성을 위한 CAGD(Computer Aided Geometric Design)의 중요성 때문에 곡선과 곡면은 1960년대 이래로 폭넓게 연구되었다[3]. 또한 CAD와 컴퓨터 그래픽스에 사용되는 곡선과 곡면의 다양식이 소개됨으로서 그래픽스와 CAD 시스템에 영상광과 탁당한 표현에 증가를 가져오는 중요한 요소가 되었다[2]. 기존의 곡선 화면 객체

는 설계의 어려움과 정확히 시각적으로 표현하는데 장애를 주는 많은 선 세그먼트의 집합들로서 혹은 다각형의 단면으로서만이 표현되었다. 좀 더 발전된 방법으로 많은 자료양의 축소는 많은 선 세그먼트에 구성 대신에 몇 개의 조정 점으로 전체 곡선을 표현하게 되었다. 이와 같은 방법으로서 자유로운 형태의 곡선과 곡면은 CAD에서 Bezier에 대한 연구로 넓게 연구되어져왔다[2]. Bezier는 곡선생성 함수의 기본함수인 Bernstein함수를 이용하여 조정다각형의 집합을 근사화한다. 따라서 이러한 조정 점들은 곡선과 곡면에 대한 조정다각형을 표현하고 이 조정 점에 따라 곡선과 곡면의 모양을 변형시킨다. 그러므로 CAGD와 컴퓨터 그래픽스에서 곡

[†] 준 회원 평운대학교 대학원 컴퓨터학과

^{††} 정회원 평운대학교 컴퓨터학과 교수
논문집수 : 1999년 2월 2일, 심사완료 : 2000년 2월 28일

선과 곡면 근사 방법은 매우 중요하다[11]. 그 중에서도 매개 변수화 곡면들의 그 근사화는 컴퓨터 그래픽스와 많은 실질적인 응용을 가지는 기하모델링에서 전통적인 문제이다. 이러한 문제는 매개변수 함수에 의하여 연속 곡면을 위한 구간 선형 보간법을 계산하는 것이다. 따라서 근사 방법은 곡면 표현의 가장 간단하고 효과적인 형태이다. Bezier곡선과 곡면을 근사하기 위한 한가지 방법은 Casteljau 알고리즘과 같이 잘 알려진 순환관계식을 이용하여 생성하는 방법이다. 이에 반해 Ball에 의해서 제안된 Ball곡선은 British Aircraft Corporation에서 로프팅 곡면 프로그램으로서 CONSUR로 정의된 계수다항식을 사용한다[1, 7]. 이 방법은 Bezier 방법과 유사하지만, 기본적인 기저함수는 3차 다항식으로 표현되고, Bezier 방법에 Bernstein 다항식과는 차이가 있다[8]. Ball의 계수다항식은 Bernstein다항식을 이용하여 생성된 곡선과 마찬가지로 곡선 형태 보존성을 유지하고 있다. 차수증가/감소에 효율적인 Ball곡선은 디자이너들에게 있어서 충분한 유연성을 제공한다. 따라서 3차 Ball 곡선의 장점 중 하나인 내부 조정점들이 내부 convex hull에서 서로 결합됨으로써 기본 기저함수식은 2차식으로 감소될 수 있다.

본 논문에서는 이와 같은 성질을 가지는 Ball 곡선을 이용하여 자유 곡면 근사 방법을 제안한다. 또한 제안한 자유곡선생성 알고리즘은 높은 차수의 곡선과 곡면 표현식을 낮은 차수의 일반적인 함수식으로 표현할 수 있고, 결합된 곡선을 합성하여 부드러운 물체를 설계하기 위한 기하학적 연속성을 제안하였다. 그러므로 형상 모델링에서 필요로 되는 복잡한 자유형태곡면을 표현하기 위한 자유 형태 곡면 근사 방법을 제안한다. 본 논문의 구성은 제2장에서 관련연구를 나타내고, 제3장에서는 자유형태 곡면을 근사하기 위한 방법으로서 3차 Ball곡선의 정의 및 보간 근사방법을 나타낸다. 제4장에서는 자유 형태 곡면 근사 방법(FSA : Freeform Surface Approximation) 알고리즘의 분석 및 실행 예를 나타내고, 제5장에서는 결론 및 향후 연구과제로 구성된다.

2. 관련 연구

Buxton[8]은 실제적인 작업을 위하여 입력장치의 기술적인 능력만이 고려되는 기존에 단점을 지적하였다. 그러나 이러한 단점은 이들 입력장치에 기술적인 능력이 유용성 있게 확장된다는 것을 보임으로써 보완될 수 있다. 이것은 자유 형태 곡선을 설계하는데 실질적

인 상호작용 방법에 매우 큰 장점을 가진다. Goodman과 Spence[9]는 곡선들의 수학적 정의들과 각 정의간의 차이점을 비교함으로써 상호작용이 고정될 수 있는 반면에 실제 실행 예에서는 외부적인 변수에 의하여 영향을 받을 수 있다는 단점을 가진다. S.Z.Li[10]는 다양한 곡면의 다각형에 조밀성에 의한 성질을 분석하여 에지 응집 성을 이용함으로써 자유형태 곡면을 생성하였으나 적용 과정의 제어 조절에 대하여 결합 표면과 분할은 종종 완전하지 않는 최적 다각형으로 구성된 폐차로 인하여 분해 구조에 대한 제한을 가진다는 단점이 있다. 따라서 본 논문에서는 각각의 자유 형태 곡면 설계 점들은 새로운 제어 점들로 계산하여 고정시키는 방법이다. 그리고 3차 Ball 곡선에 계수 다항식을 이용함으로써 가장 처음의 외부 변수를 정의한다. 각 계수 다항식은 자유 형태 곡선과 곡면에 부드러운 면을 나타낼 수 있는 설계 차수와 실제 영역 그리고 간단한 제어점들에 대한 연관된 영향들에 관계를 포함하고 있다. 그러므로 본 논문에서는 불연속인 영역에서 주어진 조건으로 만족할 수 있는 자유형태 곡면을 근사시킬 때까지 곡면상의 점들을 근사하고 이들 데이터들로 생성된 자유 형태 근사 곡선은 양 끝점에서 고정된다.

Ball의 계수다항식은 Bernstein다항식을 이용하여 생성된 곡선과 마찬가지로 곡선 형태 보존성을 유지하고 있다. 그러므로 차수증가/감소에 효율적인 Ball곡선은 디자이너들에게 있어서 충분한 유연성을 제공한다. 따라서 3차 Ball 곡선의 장점 중 하나인 내부 조정점들이 내부 convex hull에서 서로 결합됨으로써 기본 기저함수식은 2차식으로 감소될 수 있다.

그러므로 형상 모델링에서 필요로 되는 복잡한 자유 형태 곡면을 표현하기 위한 자유 형태 곡면 근사 방법을 제안한다.

3. 자유 형태 곡면 근사 (FSA : Free-form Surface Approximation) 방법

매개변수 곡면들의 자유형태곡면 근사방법을 위한 기존의 방법은 데이터의 표현과 간단한 분할 알고리즘을 이용한다. 본 논문에서는 자유형태 곡선을 근사하기 위하여 Ball곡선을 이용한다. 이러한 Ball곡선은 기하학적인 모델링을 하기 위하여 요구되는 조건중의 하나인 곡선 형태 보존성을 유지한다. 그러므로 3차 Ball

곡선의 장점중의 하나인 내부 조정점들이 내부 컨벡스 쉘(Convex hull)에서 서로 결합됨으로 기본 수식은 2차식으로 감소될 수 있다. 따라서 자유형태곡면을 근사하는데 효과적으로 이용될 수 있다.

3.1 Ball곡선의 정의

본 논문에서 정의하는 Ball 곡선은 Bezier 곡선과 곡면을 생성하기 위한 방법으로 Casteljau 알고리즘과는 다른 계수다항식을 사용한다. 이 방법은 Bezier 방법과 유사하지만, 기본적인 기저함수는 3차 다항식으로 표현되므로 Bezier 방법에 Bernstein 다항식과는 차이가 있다. 따라서 Ball 곡선의 계수다항식은 다음과 같다.

$$\beta_i^m(t) = \binom{m+i}{m} t^i (1-t)^{m+1-i} \quad (0 \leq i \leq m) \quad (1)$$

$$\beta_{2m+1-i}^m(t) = \beta_i^m(1-t) \quad (2)$$

식 (1)과 식 (2)는 차수가 $m+i+1$ 일 때의 생성된 기본적인 함수식 β_i^m 이다.

$$\begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ t \\ t^2 \\ t^3 \end{pmatrix} \quad (3)$$

위의 식을 이용해서, 평면 위의 점 집합 $V_i (i=0, 1, 2, 3)$ 일 때, 3차 Ball 곡선의 함수식은 다음과 같다. (단, $\beta_i(t)$: Ball 곡선의 계수 다항식 ($0 \leq i \leq 3$))

$$B_3(t) = \sum_{i=0}^3 V_i \beta_i(t) \quad (0 \leq t \leq 1) \quad (4)$$

Ball 곡선 $B_3(t)$ 는 조정점 V_i 와 $V_{i+1} (i=0, 1, 2, \dots)$ 를 결합시킨 형태의 조정다각형으로 근사된다. 또한 식은 다음과 같은 조건을 이용함으로써 형태보존성의 성질을 가진다[1]

$$\beta_i(t) \geq 0, \quad i=0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

$$\sum_{i=0}^3 \beta_i(t) = 1 \quad (6)$$

이때, 식 (4)의 성질은 Ball 곡선 $B_3(t)$ 가 조정점 V_i 에 의하여 컨벡스 조합(convex combination)이라는 것을 의미한다 따라서 Ball곡선은 조정다각형의 컨벡스 쉘 안에

서 존재한다. 만약, 식 (3)에서 조정점이 $V_1 = V_2$ 가 된다면, 식 (4)은 2차 곡선(quadratic curve)으로 표현된다. 그리고, 3차 Ball 곡선을 bicubic 곡면으로 확장시키면, 이 방법은 Bezier 곡선으로부터 Bezier 곡면으로 확장하는 방법과 유사하게 표현된다.

3.2 자유형태 곡면을 구성하기 위한 자료구조

본 절에서는 자유 형태 곡면의 근사방법을 위한 자료구조를 정의하고 자유 곡선과 곡면에 대한 계층적인 근사 방법을 제시한다 먼저 입력 데이터에 의한 근사 방법을 이용하여 구간 곡선과 근사 곡선에 대한 기본적인 수치적인 계산들을 효과적으로 구현할 수 있음을 보인다

본 논문에서 제안한 근사방법에 대한 기본 자료구조와 근사 과정은 다음과 같다.

```

Ball 곡선에서 Bezier 곡선으로의 근사 방법
/* 곡선의 자료값 입력 */
typedef struct curve_input {
    Ball Curve  'Ballcurve_pt; }
/* 새로운 조정다각형의 계산 */
typedef struct calculation {
    Hermit Two-point inter  <Her_inter ,
/* Hermite two-point interpolation */
/* Curve conversion */
/* Ball 곡선과 Bezier 곡선의 특성 검사 */
typedef struct curve_test {
    AFFINE_INVARIANCE Affine_pt ,
    CONVEX_COMBINATION 'Conv_pt; }
/* 생성된 곡선의 연속성 검사 */
typedef struct continuous_test {
    JOINT_CURVECONTINUOUS
    'Jounconti_pt; }
    
```

자유 형태 곡면들의 근사 방법은 3차원 공간상의 점들의 집합의 위치 변환으로부터 3차 Ball 곡선의 기저 함수를 정의하는 문제로 다음과 같이 정의할 수 있다.

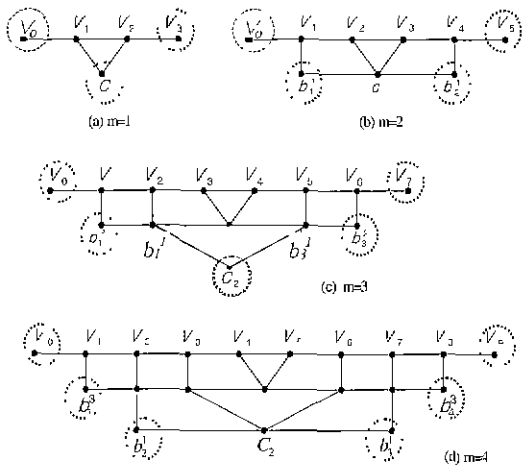
• 1 과정

본래의 Ball 곡선 B(t)을 생성하는 조정 점에서 새로운 조정 점을 계산한다. 이 때 계산된 점은 다음과 같다.

```

/* Hermite two-point interpolation */
C1 = (1-t)V_m + tV_{m+1};
/* 동일선상의 두 점 결합 계산 */
for (j=1 : j ≤ m ; j++) {
    b'_j = V_{m+1-j}; /* 시작점 */
    
```

$$b'_{m+1} = V_{m+1} \quad ; \quad / \wedge \text{ 끝점 } / \wedge$$



(그림 1) 차수에 따른 Ball곡선에서 조정점(Control Point) 변화

위에서 구해진 C_1, b'_0, b'_{m-1} 을 이용하여 인접한 조정 점에서 다음과 같은 식을 계산한다. 이 때 Ball 곡선 $B(t)$ 의 차수가 홀수와 짝수일 경우에 대해 각각의 조정 점을 계산한다

```

/∧ 조정다각형에서 새로운 조정 점 계산 ∕
for(j=2, j ≤ m, j+1) {
1-(a) if j = odd
/∧ 함수 식이 홀수 차수일 경우 ∕

$$C_{1/2(j+1)} = (1-t)b_{1/2(j-1)} + tb_{m+1/2(3-j)}$$

1-(b) else if j = even
/∧ 함수 식이 짝수 차수일 경우 ∕

$$b_{1/2j}^o = b_{m+1-1/2j} = C_{j-1}$$

for(i=1 : i ≤ 1/2 j ; i+1) {

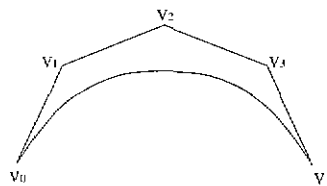
$$b_i^{-2i+1} = (1-t)b_{i-1}^{-2i+2} + tb_i^{-2i}$$


$$b_{m+1-i}^{-2i+1} = (1-t)b_{m+1-i}^{-2i+2} + tb_{m+2-i}^{-2i+2}$$

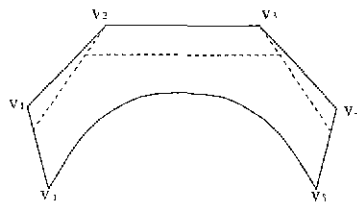
} /∧ 생성된 조정 점의 개수 조정 ∕
    
```

• 2 과정

Hermite two-point 보간법으로 생성된 Ball 곡선과 Bezier 곡선과의 관계는 다음과 같이 계산하여 준다. 이 때 Bezier 곡선의 성질을 Ball 곡선에 검사한다



(그림 2) 차수가 짝수 일 경우



(그림 3) 차수가 홀수 일 경우

/∧ Ball 다항식과 Bezier곡선 Bernstein 다항식과의 비교 ∕
· Ball 곡선

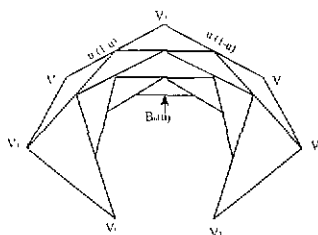
$$B_i(t) = \sum_{j=0}^i V_j \beta_j(t) \quad (0 \leq t \leq 1)$$

단. $\beta_0(t) = (1-t)^2, \beta_1(t) = 2t(1-t)^2, \beta_2(t) = 2t^2(1-t),$
 $\beta_3(t) = t^2$

곡선 $B_j(t)$ 는 V_i 와 $V_{i+1} (i=0,1,2,\dots)$ 를 결합시킨 형태의 조정다각형으로 근사한다. 위에 식은 다음과 같은 속성을 가진다.

$$\beta_i(t) \geq 0, \quad i=0,1,2,\dots$$

$$\sum_{i=0}^3 \beta_i(t) = 1$$



(그림 4) FSA를 이용한 새로운 조정다각형

• 3 과정

자유곡선 형태인 낮은 차수에 합성 곡선과 곡면으로 높은 차수에 곡선과 곡면의 문제점인 곡선 세그먼트들의 연속성과 공유 경계 면들을 지나는 곡면 폐치 들간에 조건을 쉽게 계산한다.

/· 서로 만나는 한 점에 연속성 조건 */

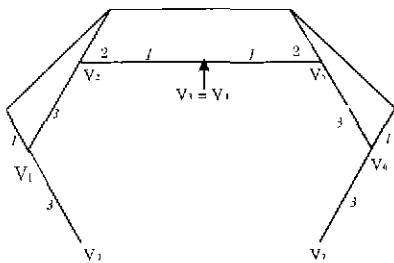
$$F_m(t) = \sum_{j=0}^m [\sum_{i=0}^{m-1} m(b_{(j+1)_i}^m - b_{j_i}^m) B_{m-1,i}(t)] V_{m+j}$$

$$\text{if } b_{(m-1)_0}^m = b_{1_{m-1}}^{m-1} = 0$$

$$b_{j_i}^{m+1} = (\alpha + 1)b_{m(j+1)_i}^m - \alpha b_{(m-1)(j+1)_i}^m$$

($0 \leq j \leq m-1, \alpha$: scalar)

: 만나는 한 점에서 C^1 연속(continuous)이다.



(그림 5) FSA 방법에 의하여 합성된 조정다각형

3.4 FSA(Free-form Surface Approximation) 알고리즘

3차원 공간상의 근사된 데이터들의 집합들이 주어지면 각 공간상에서 이들을 포함하는 근사 제어 영역을 만든다. 근사 함수는 구간 위에 놓은 근사 제어 영역에 의하여 생성되는 3차 Ball 함수이다. 이와 같이 근사된 제어 점들의 각기에 구성 제어 집들에 의하여 생성되는 전체 알고리즘은 다음과 같다.

```

Procedure LinearInterpolation()
/* 곡면을 생성하기 위한 선형보간 */
{ c1 = (1-t)Vm + tVm+1 ;
  for ( j = 1 , j ≤ m ; j++ ) {
    bj_0 = Vm+1-j ,
    bm+1_j = Vm+j ,
    NEXT j , } }
Procedure CalculationPoint()
/* 새로운 조정다각형의 계산 */
{ for(j= 2 : j ≤ m , j++ ) {
  CASE
  II-(a) j = odd :

```

```

c1/2(j+1) = (1-t)b1/2(j-1) + tbm-1/2(3-j) ;
II-(b) j = even .
b1/2_0 = bm+1-1/2_1 = c1-1 ,
for(i = 1 , i ≤ 1/2 j ; i++) {
  bi1-2i+1 = (1-t)bi1-2_1 + tbi1-2i ,
  bm+1-i1 = (1-t)bm+1-i1 + tbm-2i+2 ;
  next i ; }
next j ;
} }
Procedure LowEquation()
/* 낮은 차수로의 변환 */
{ for(r=1, r ≤ m+1 ; r++) {
  for(i=0; i ≤ m+1-r, i++) {
    Lir(t) = (1-t)Lir-1(t) + tLi+1r-1(t) ;
    NEXT i ; }
  NEXT r ; }
  B2m+1(t) = L0m+1(t) , }
Procedure TestEquation()
/* Ball곡선과 Bezier곡선의 특성검사 */
{ AffineMap *Affine_ptr,
  ConvexHull *Convex_ptr ; }
Procedure LowCompositeEquation()
{ bjm+1 = (α + 1)bm(j+1)_j - αb(m-1)(j+1)_j ;
  for(j=0; j ≤ m-1, j++) {
    bjm = bmm+1 ,
    bmm+1 = bm(j+1)_j ,
    NEXT j ; }
  } /* 만나는 한점에서 C1연속성 */
Procedure Output() /* 결과 곡선 */
: 낮은 차수로 표현된 합성(composite)곡선/곡면

```

4. 분석 및 결과

실행된 방법은 최종 결과로 나타난 근사 자유 형태 곡면들의 성질과 근사 곡면을 설계하기 위해 요구되는 근사 조건 혹은 근사 결과의 정확도 측정 모듈을 포함한다. 이러한 방법을 위하여 각 곡선들과 곡면들에 대한 근사값을 계산한다. 따라서 제안된 근사 방법에 의하여 자유형태 곡면 근사결과를 계산함으로써 자유형태 근사 방법에 적용하여 자유형태 곡선과 곡면간의 근사된 결과형태를 나타낸다.

4.1 분석

이 장에서는 제안된 알고리즘을 설명하고 분석한다. B_{2m+1} 차의 Ball 곡선은 주어진 임의의 값 t에 의해 간

단하게 계산되어진다. 따라서 제안된 방법을 쉽게 하기 위해 다음과 같은 정의를 필요로 한다.

[정의 4.1] 홀수 차수에서 생성된 Ball 곡선은 다음과 같이 정의된다.

$$B_{2m+1}(t) = \sum_{i=0}^{2m+1} V_i \beta_i^m(t) \quad , \quad 0 \leq t \leq 1$$

* V_i : 조정다각형의 조정 점

$$\beta_i^m(t) = \binom{m+i}{m} t^i (1-t)^{m+1}$$

$$\beta_{m+1-i}^m(t) = \beta_i^m(1-t) \quad , \quad (0 \leq i \leq m) \quad (7)$$

이와 같이 곡선이 정의됨으로써, 곡면은 Bezier 에서 곡면을 생성하는 방법과 같이 Tensor Products에 의하여 정의된다. 이러한 생성과정을 이용함으로써 다음과 같은 정리들이 정의된다.

[정리 4.2] β 다항식은 다음과 같이 Bernstein 함수의 성질인 모양 보존성(shape-preserving property)를 가진다.

① β 다항식에 합은 1 이다. 또한 이 함수 식에서 나온 값은 양의 짐수가 된다. 따라서 생성된 곡선은 조정다각형 $V_0, V_1, \dots, V_{2m+1}$ 의 convex hull 성질을 만족한다.

② 위의 정리로서 Ball 곡선은 convex hull를 만족한다.

[정리 4.3] 식 (4-1) 은 2개의 조정 점이 내부의 한 점에서 일치할 때, 차수는 $2m+1$ 에서 $2m$ 으로 감소한다. 따라서 짝수의 차수일 경우에도, $V_m = V_{m-1}$ 이 됨으로서 위의 함수식을 나타낸다. 이와 같은 방법으로 일반적인 Ball 곡선을 생성한다. 그러므로 본 논문에서 제안한 방법을 이용하여, 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

[보조정리] [정의 4.2] 에서 $j = m$ 이 같을 때, 위 식은 다음과 같은 계산으로 인하여 $(m+1)$ 차에 Bezier 형태로 된다.

① m 이 짝수 일 때 :

$$\begin{aligned} B_{2m+1}(t) &= V_m(1-t)^{m+1} + \sum_{i=1}^{1/2(2m)} b_i^{m-2i+1} \binom{m+1}{i} (1-t)^{m+1-i} t^i \\ &+ \sum_{i=1}^{1/2(2m)} b_{m+1-i}^{m-2i+1} \binom{m+1}{i} (1-t)^i t^{m+1-i} \\ &+ V_{2m+1} t^{m+1} \end{aligned} \quad (8)$$

② m 이 홀수 일 때 :

$$\begin{aligned} B_{2m+1}(t) &= V_m(1-t)^{m+1} + \sum_{i=1}^{1/2(m-1)} b_i^{m-2i+1} \binom{m+1}{i} (1-t)^{m+1-i} t^i \\ &+ c_{1/2(m+1)} \left[\frac{m+1}{2} \right] (1-t)^{\frac{1}{2}(m+1)} t^{\frac{1}{2}(m+1)} \\ &+ \sum_{i=1}^{\frac{1}{2}(m-1)} b_{m+1-i}^{m-2i+1} \binom{m+1}{i} (1-t)^i t^{m+1-i} \\ &+ V_{2m+1} t^{m+1} \end{aligned} \quad (9)$$

따라서 $(2m+1)$ 차에 Ball 곡선은 $(m+1)$ 차에 Bezier 곡선으로 표현 가능하다. 그리고 다음에 조건들을 이용하여 높은 차수에 곡선과 곡면에서 발생할 수 있는 곡선 세그먼트들의 연속성과 공유 경계면들을 지나는 곡면 패치들간에 조건을 다음과 같이 제안한다

[정리 4.4] (v_0, v_1, \dots, v_j) 에 조정점을 가지는 $(m+1)$ 차 Bernstein-Bezier곡선 세그먼트를 $P_m(t)$ 라 하면,

$$\textcircled{1} \quad P_m(t) = \sum_{j=0}^m \left(\sum_{i=0}^m b_i^m B_{n,i}(t) \right) V_{j+m} \quad (0 \leq t \leq 1) \quad (10)$$

$$(b_i^k \quad 0 \leq i, j \leq n, 0 \leq m \leq l-n)$$

$$\textcircled{2} \quad P_m(1) = \sum_{j=0}^m b_j^m V_{j+m} \quad (11)$$

$$\textcircled{3} \quad P_{m+1}(0) = \sum_{j=0}^m b_j^{m+1} V_{j+m+1} \quad (12)$$

이 된다. 만약, $P_m(t)$ 와 $P_{m+1}(t)$ 가 다음과 같다면, 결합되는 점에서 연속(continuous) 이다.

$$b_{m0}^m = b_{m0}^{m+1} = 0$$

$$b_{mj}^{m-1} = b_{n(j+1)}^m \quad (0 \leq j \leq n-1) \quad (13)$$

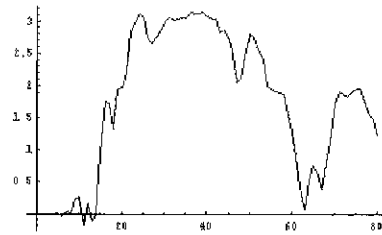
그러므로 본 논문은 낮은 차수에 합성(composite)곡선과 곡면은 높은 차수에 곡선과 곡면을 표현하는데 발생하는 문제점인 곡선 세그먼트들의 연속성과 공유 경계면들을 지나는 곡면 패치들에 대한 적절한 조건을 보장하기 위해 그리고, 곡률이 연속적인 곡선과 곡면을 구하기 위하여 조정 다각형(control polygon)을 따라 새로운 조정점(new control point)을 계산하였다. 또한 본 논문에서 제안한 방법은 인접한 곡선과 곡면간의 연속성을 간단한 계산으로 찾을 수 있다.

4.2 실행 결과

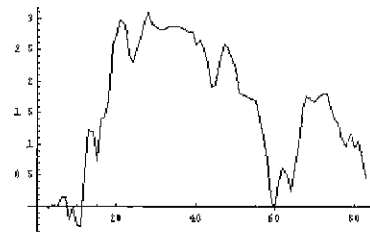
실행된 방법은 최종결과로 나타난 자유형태 곡면들의 성질과 변화율을 계산하기 위하여 필요로 되는 곡률 혹은 조정된 제어점의 정확도 측정 모두를 포함한다. 이러한 방법을 위하여 본 논문은 3차 Ball 곡선 근사 방법을 이용하여 제안된 알고리즘과 2차 곡선 근사 방법을 기반으로 하는 기존의 방법을 비교한다. 본 논문의 정확도는 앞에서 논의되었던 것처럼 요구된 정확도를 나타낸다. 그리므로 각 곡선 혹은 선 세그먼트는 모든 곡면들로부터 오차 한계 내에 보장된다. 2차 근사 방법의 경우에는 요구된 정확도에 의하여 명확하게 성능의 특징이 바뀌는 것을 쉽게 볼 수 있다. 3차 Ball 곡선 근사 방법을 기반으로 하는 본 방법에서 변화는 더욱 명확하게 나타난다. 위의 내용으로서 곡률과 조정점에 의한 측정방법에서 Ball 함수로 표현된 곡선함수식은 실제 실험의 통계적인 결과에 대하여 중요한 차이를 가진다. 이 차이점은 빠른 실행 시간내에 자연스럽고 부드러운 자유형태 곡면을 생성하기 위한 함수식으로서 근사된 자유형태 곡면을 나타낸다. 따라서 Bezier와 Ball 곡선간의 실험결과에는 그림 6,7,8,9와 같이 각각의 변화율에 대한 주관적인 근사율 측정방법을 평가하였다. 그러므로 주관적인 데이터에 변화량을 실제 데이터로 보간한 Ball 함수를 이용하여 효과적인 결과를 나타낼 수 있었다. 예를 들면, 1.0×10^{-5} 일 때, 구간 2차 근사 곡선이 3035개 제어 점을 포함하는데 반하여 결과적으로 3차 Ball 곡선에 의한 근사 곡선은 1132개의 제어 점을 가진다. 그러므로 3차 Ball 곡선 근사 방법은 실행시간과 효율성에서 2차 근사 방법보다 더 효과적이다. 제안된 향상된 방법의 가장 중요한 장점들 중에 하나는 본래의 기하학적 성질을 기반으로 한다는 것이다. 이 의미는 Ball 곡선을 따라 근사 형태를 위한 실행시간이 형태 보존성의 성질에 의하여 영향을 받지 않는다는 것이다. 그림 6,7,8,9는 근사 곡선 형태인 두 3차 Bezier 곡면과 Ball 곡면들로 표현된 자유 형태 곡면 근사 결과를 나타낸다.

5. 결 론

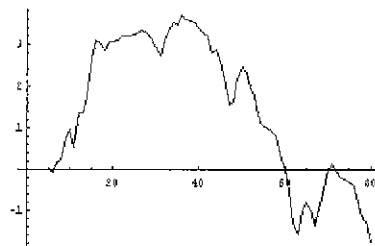
블렌딩 함수의 성질을 이용한 일반적인 곡선과 곡면은 자유형태 물체를 생성하는 기본 방법이다. 기존의 방법은 이러한 자유형태 물체를 표현하기 위해서 많은 양의 선 세그먼트와 보간 알고리즘으로 데이터 계산량이 증가하였다.



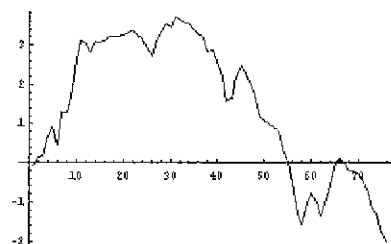
(그림 6) 곡선변화율과 Bezier 곡선에 대한 근사율



(그림 7) 곡선변화율과 Ball 곡선에 대한 근사율

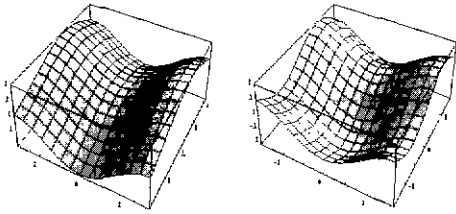


(그림 8) 최소자승법에 의한 Bezier 곡선 변화율



(그림 9) 최소자승법에 의한 Ball 곡선 변화율

본 논문에서는 이러한 문제를 효과적으로 해결하기 위해서 형태보존성을 가지는 Ball곡선을 이용함으로써 유연한 자유 형태 곡선과 곡면 근사 방법을 제안한다.



(그림 10) 곡률 계산과 Ball 곡선에 의한 자유형태 근사 곡면 생성

제안한 방법은 여러 개의 곡선이 결합하여 이루어진 고차의 자유형태곡면을 설계하는데 요구되는 기하학적 연속성을 포함한다. 또한, 자유 곡선과 곡면을 설계하는데 필요로 되는 모양 보존성을 가지는 Ball곡선을 이용하여 자유 곡면을 근사 방법을 제안하였다 그리고 각 곡선들의 변화량에 대한 적절한 오차 측정방법을 제안하였으며, 이러한 측정 기준에 의하여 제안된 자유 형태 근사 곡면에 대한 결과를 비교 분석하였다.

참 고 문 헌

[1] H.B SAID, "A generalized Ball curve and its recursive algorithm," ACM Transactions on Graphics, Vol.8, No.4, pp.360-371, October, 1989

[2] Gerald Farn. Curves and surfaces for Computer Aided Geometric Design. Academic Press, INC.1990.

[3] H.Prautzsch, Charles A, "Computing curves invariant under halving," CAGD, Vol.4, pp.133-140 1987

[4] Charles A. "Computing surfaces invariant under subdivision," CAGD, Vol 4, pp.321-328. 1987

[5] C. Overveld, "Family of recursively defined curves, related to the cubic Bezier curve," CAD, Vol,22 No.9, pp.591-597 November 1990,

[6] Suresh L. and Joe W. "Degree reduction of Bezier simplexes," CAD, Vol,26, No.10, pp.735-746, October, 1994.

[7] Shin-Min Hu, Guo-Zhao Wang and Tong-Guang Jin, "Properties of two types of generalized Ball

curves," CAD, Vol 28, No.2, pp.125-133, 1996

[8] Buxton.W.A.S. There's more to intersection than meets the eye : Some issues in manual input, In User Centered System Design : New Perspectives on Human-Computer Interaction, pp.219-337, 1986.

[9] J C Ferguson and S Pruess, "Shape-preserving interpolation by parametric piecewise cubic polynomial," CAD, Vol 23, No.7, pp.498-504, September 1991.

[10] Xuefu Wang, Fuhua(Frank) Cheng and Brian A Barsky, "Energy and B-spline interproximation," CAD, Vol.29, No.7, pp.485-496, 1997.

[11] Byoung K. Choi, Surface Modeling for CAD/CAM, Elsevier, 1991.

[12] Michael E. Mortenson. Geometric Modeling, Wiley, 1997.

[13] T N T Goodman and H B Said, "Properties of generalized Ball curves and Surfaces," CAD, Vol.23, No.8, pp.554-560, October 1991.



이 아 리

e-mail : ahn@cs.kwangwoon.ac.kr
 1993년 광운대학교 전자계산학과 (이학사)
 1996년 광운대학교 대학원 전자계산학과(이학석사)
 1997년~현재 광운대학교 대학원 컴퓨터학과 박사과정

관심분야 : 컴퓨터그래픽스, 알고리즘



심 재 흥

e-mail : jhsim@cs.kwangwoon.ac.kr
 1967년 서울대학교 수학과(이학사)
 1980년 고려대학교 대학원 수학과 (이학석사)
 1988년 경희대학교 대학원 수학과 (이학박사)

1984~1986년 정보과학회 부회장 역임
 1984년~현재 광운대학교 컴퓨터학과 교수
 관심분야 : 컴퓨터그래픽스, 수치해석학 알고리즘