

환율데이터의 장기기억성과 정답율

원 석 준[†]

요 약

본 논문에서는 경제시계열 데이터중에 하나인 환율데이터(Yen/Dollar)의 장기기억성과 정답율을 조사했다. 통상 단기 기억성을 가진 대표적 모델인 AR 모델로 부터 생성되는 시계열에는 두종류의 프랙탈차원이 존재하는 경우가 많다. 두차원으로 분리되는 샘플 간격을 $k_{crossover}$ 라고 한다면, 통계모델에서 $k < k_{crossover}$ 일때의 프랙탈차원을 D_1 , $k > k_{crossover}$ 일때의 프랙탈차원을 D_2 라고 한다면 $D_1 < D_2$ 이면서 $D_2 \cong 2$ 인 관계를 가진다. 그러나 일본경제평균등 실제의 시계열에서는 이것에 반대되는 결과가 나타났다. 그 한 예로써 환율데이터에서는 $D_1 > D_2$ 라는 관계를 가진다는 것을 알았다. 이것은 데이터 사이의 시간 간격이 멀어지는데 오히려 상관은 강해지는 현상을 나타내는 것이다. 환율 시계열을 뉴럴네트워크를 이용해서 예측한 결과, 예측오차로부터 얻어진 지수(指數) β 와 D 가 프랙탈성질을 가진 비선형 모델로 부터 구한 관계식 $\beta = 2 - 2D$ 을 정확히 만족 시키는 것을 확인했다. 그리고 프랙탈차원의 차이가 정답율에서도 나타남을 확인했다.

Long-Term Memory and Correct Answer Rate of Foreign Exchange Data

Sek-Jun Weon[†]

ABSTRACT

In this paper, we investigate the long-term memory and the Correct answer rate of the foreign exchange data (Yen/Dollar) that is one of economic time series. There are many cases where two kinds of fractal dimensions exist in time series generated from dynamical systems such as AR models that are typical models having a short-term memory. The sample interval separating from these two dimensions are denoted by $k_{crossover}$. Let the fractal dimension be D_1 in $k < k_{crossover}$, and D_2 in $k > k_{crossover}$ from the statistics model. In usual, Statistic models have dimensions D_1 and D_2 such that $D_1 < D_2$ and $D_2 \cong 2$. But it showed a result contrary to this in the real time series such as NIKKEI. The exchange data that is one of real time series have relation of $D_1 > D_2$. When the interval between data increases, the correlation between data increases, which is quite a peculiar phenomenon. We predict exchange data by neural networks. We confirm that β obtained from prediction errors and D calculated from time series data precisely satisfy the relationship $\beta = 2 - 2D$ which is provided from a non-linear model having fractal dimension. And We identified that the difference of fractal dimension appeared in the Correct answer rate.

1. 서 론

시간과 함께 변동하는 현상을 일정한 시간 간격으로 관측해서 그 관측 시계열을 분석, 해석하고 나아가 그 장래의 변동을 예측하는 것을 목적으로 하는 시계열

해석은 생체현상, 기후, 지구환경, 공학시스템, 경제 시스템등 여러 분야에서 필요로 하는 중요한 기술이다 [1]. 이번 실험에서는 일반적으로 시계열 데이터 분석에 자주 이용되는 AR모델의 시계열과 실생활에서 자주 접하는 환율데이터를 사용해서 비교, 분석하고 환율데이터의 장기 기억성과 정답율을 조사했다.

우선 환율 시계열이 선형인가 비선형인가를 조사했

[†] 정 회 원 : 일본 지바대학 대학원
논문접수 : 2000년 7월 7일, 심사완료 : 2000년 11월 24일

다. 선형회귀 모델로 예측한 결과, 환율데이터는 비선형에 가깝다는 사실을 추측할 수 있었다. 그래서 환율데이터를 분석하는 수단으로 프랙탈이론을 사용했다[2]. 프랙탈은 전체를 축소한 것이 부분을 구성하는 것과 같은 구조이다. 주식, 환율등의 상장변동은 시간축과 상장축의 축척을 적당히 조절하면 어느쪽도 비슷한 변동을 나타내는 자기상이성질(自己相異性質)을 나타낸다[3]. 시계열 데이터간의 성질을 조사하는 방법으로는 자기 상관 함수등이 있지만 자기 상관 함수가 비선형성을 취급 하지 못하는 것을 통계적으로 정량화한 연구가 보고 되어 있다[4].

그래서 이번 실험에서는 데이터사이의 자기상이성질을 나타내는 프랙탈 성질을 조사했다.

이번 연구에 사용된 환율 데이터는 이와같은 프랙탈 측면으로 부터 볼 때 커다란 차이를 나타냈다. 단기기억을 가진 시계열의 프랙탈 차원을 조사하면 샘플 간격에 따라 대체적으로 두 개의 차원이 얻어진다[5,6]. 두차원으로 분리되는 샘플 간격을 $k_{crossover}$ 라고 한다면 샘플 간격이 작은 경우($k < k_{crossover}$)의 프랙탈 차원은 1.5 정도를 나타냈다. 샘플 간격이 어느정도이상($k > k_{crossover}$)으로 커지게 되면 프랙탈 차원은 2에 가깝게 되고 화이트 노이즈와 같이 계열 상관이 완전히 없어진다. 이것과는 대조적으로 환율데이터는 전혀 다른 성질을 보였다. 샘플 간격이 작을 경우의 프랙탈 차원은 단기 기억을 가진 시계열과 같이 1.5 정도를 나타낸 반면 샘플 간격이 커지게 되면 프랙탈 차원은 1.3 정도로 줄어들었다. 이것은 데이터간의 상관이 시간이 경과함에 따라서 강해지는 것을 의미한다. 데이터간의 시간간격이 멀어지는데 시간상관은 강해지는 것이 무엇을 의미하는지를 조사했다.

우선 비선형 예측도구인 뉴럴 네트워크를 이용해서 환율시계열을 예측함으로써 프랙탈차원의 차이에 대해 조사하기로 했다[7]. 뉴럴 네트워크를 이용해서 예측오차를 조사해서 환율시계열을 비선형 모델에 적용시켰다. 환율 시계열을 뉴럴 네트워크를 이용해서 예측한 결과, 예측 오차로 부터 얻어진 지수와 프랙탈 차원이 프랙탈 성질을 가진 비선형 모델로 부터 얻어진 관계식에 정확히 들어맞는 것을 확인했다. 이것으로 환율시계열은 장기 기억성을 가진 비선형 모델임을 추정할 수 있었다.

또 실용적 측면에서 정답율을 조사했다. 정답율이라는 것은 예측한 결과가 실제의 값에 비해서 상승하강

에 한정된경우에 일치했을 때 비율을 말한다. 프랙탈 차원이 1.5의 경우 에서는 정답율은 5할 정도를 나타냈고, 프랙탈 차원이 1.3의 경우 에서는 6할정도의 결과를 보였다. 즉 샘플간격이 멀어지는데 비해 시간상관은 강해지는 의미를 뒷받침 할 수 있는 결과를 얻었다.

2장에서는 AR시계열과 환율시계열의 데이터를 분석하고 3장에서는 환율데이터를 어떤모델에 적용 할수 있는가를 예측이란 관점에서 검토한다. 그리고 4장에서는실용적인 측면에서 정답율을 조사하고 5장에서는 결론을 서술한다.

2.시계열 데이터분석

2.1에서는 장기 기억성을 표시하는 프랙탈 차원을 구하는 방법을 설명하고 2.2에서는 단기 기억모델인 AR모델의 프랙탈 차원을 2.3에서는 환율시계열의 프랙탈 차원을 구해서 단기 기억 시계열과의 차이를 설명한다.

2.1 프랙탈차원

불규칙한 변화를 나타내는 대상을 정량화하는 수법으로써 프랙탈차원이 사용된다. 여기에서는 히구치 해석 방법에 따라 시계열의 프랙탈 차원을 조사했다[8, 9]. 시계열의 길이를 식 (1)과 같이 정의한다.

$$L(\Delta t) = \sum_{i=1}^{N-1} |x_{i+1} - x_i| / \Delta t \quad (1)$$

여기서 $L(\Delta t)$ 는 시계열의 길이, $x_i(i = 1, 2, \dots, N)$ 은 그 시계열, Δt 은 샘플시간을 표시한다. 시계열의 경우 조시화(粗視化)의 스케일은 원래의 시계열의 샘플시간 Δt 의 정수배이다. 왜냐하면 시계열이란 Δt 의 정수배의 이산점 만으로 값이 정의되어 있기 때문이다. k 로써 조시화하고 이하와 같이 k 개의 세트를 준비한다. 다음으로 하나 하나의 세트에 대해서 길이를 구한다. 이것을 $L_m(k)(m = 1, 2, \dots, k)$ 로 한다면

$$L_m(k) = \left\{ \left(\sum_{i=1}^{N-m} |x_{m+ik} - x_{m+(i-1)k}| \right) \frac{N-1}{\left[\frac{N-m}{k} \right]_k} \right\} / k \quad (2)$$

로 표시된다. 마지막 으로 k 로써 조시화 할때의 시계열의 길이를 위에서 구한 k 개의 $L_m(k)$ 의 산술평균

$$\langle L(k) \rangle = \frac{\sum_{m=1}^k L_m(k)}{k} \quad (3)$$

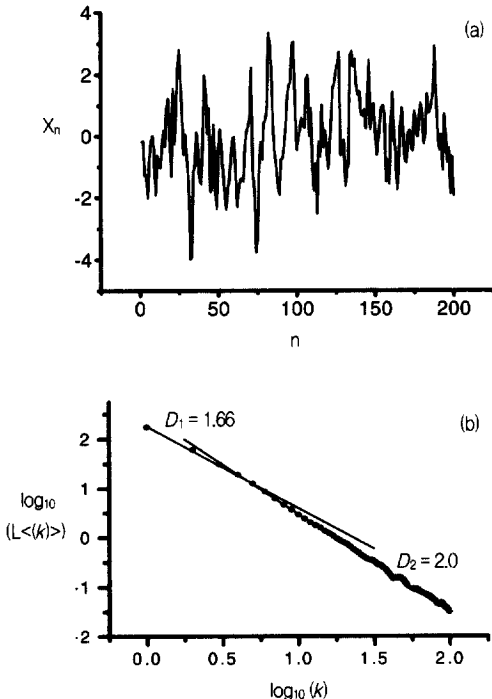
으로 정의한다. 여러 가지 k 로써 조시화한 시계열의 길이 $\langle L(k) \rangle$ 을 k 에 대해서 양변을 대수를 취해 그래프를 그렸을때 그래프가 일직선을 나타낼때, 이 시계열 $x(i)$ 은 프랙탈성을 가진다. 또는 시계열은 프랙탈이라고 말할 수 있다. 즉 $(\log k, \log \langle L(k) \rangle)$ 점이 일직선에 놓일때에 프랙탈이라고 정의한다. 또 $(\log k, \log \langle L(k) \rangle)$ 의 점에 직선을 맞추어 그직선의 기울기의절대치를 프랙탈차원 이라 한다.

2.2 단기 기억을 가지는 시계열의 프랙탈해석

우선 단기 기억으로 알려진 통계적모델의 프랙탈차원을 조사했다[10]. 여기서는 예로써 AR(1)모델

$$x_n = \phi_1 x_{n-1} + \xi_n \quad (4)$$

을 이용했다. 식 (4)의 일부의 데이터를 (그림 1-a)에 표시했다. 본래 AR(1)은 프랙탈 성질을 가지지 않지만



(그림 1) AR(1)모델의시계열과프랙탈차원

구간을 구분함으로 k 가 유한한 구간에 있어서는 프랙탈 차원을 정의할 수 있다. 첨자 n 은 시각을 표시한다. 여기서 초기치는 $x_0 = 0.01$, $\phi_1 = 0.5$ 로 했다. ξ_n 는 평균 0, 분산 1의 가우스 잡음 신호를 나타낸다. (그림 1-b)에 나타나는 것 과 같이 샘플 간격 (기호 k 로 표시)이 $7(\log_{10}7 = 0.845)$ 을 경계로 2종류의 기울기 즉 각각 별개의 프랙탈 차원(기호로써 D_1 과 D_2 로 표시한다)이 나타난다. 여기서는 차원 D 는 평면을 어떤 식으로 메우는가를 반영하고 있는 것으로 $1 \leq D \leq 2$ 사이의 실수값 전부를 가질 수 있다.

샘플간격 $1 \leq k \leq 6$ 에서는 D_1 은 거의 1.66이고 $k \geq 7$ 에서의 D_2 값은 2.0의 값을 가지는 것을 볼 수 있다. $D_2 = 2$ 는 시계열이 평면을 반듯없이 채우는 것을 의미한다. 단기 기억성을 가진 시계열의 $1 \leq k < k_{crossover}$ 에서의 프랙탈차원을 D_1 , $k > k_{crossover}$ 에서는 D_2 로 한다면 $D_1 < D_2$ 가 성립한다. 이것은 샘플간격이 커질수록 데이터 상관은 점점 없어져 간다는 것을 나타낸다.

2.3 환율데이터의 프랙탈해석

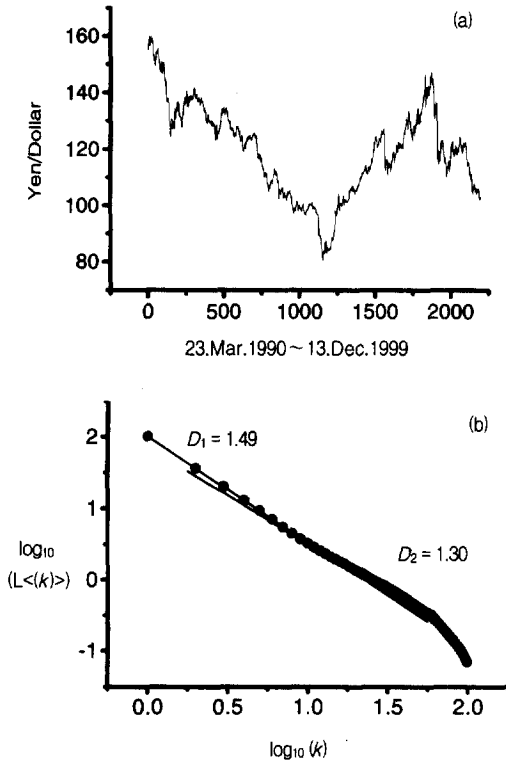
환율데이터의 프랙탈차원을 구했다. 취급한데이터는 1990년 3월 23일부터 1999년 12월 13일의 기간중의 엔/달러의 데이터로써 그날의 마지막 값을 사용했다. 사용한 데이터의 수는 하나의 세트를 200개(약 10개월)로 전체 11세트의 데이터와 이들 각각의 프랙탈차원을 구했다. 여기서는 이동평균과 같이 시계열을 일단 전(前)처리를 하는 일반적 방법은 사용하지 않았다. 그 이유는 전처리를 하면 데이터의 불규칙성이 사라져, 만약 그 불규칙성이 카오스에 의해 발생하는 것이라면 전처리 함으로써 카오스 성분을 추출 할 수 없기 때문이다. 실제로 이동평균으로 전처리를 행해도 평균이 7 이하에서는 이하의 결과($D_1 > D_2$)와 같았다.

(그림 2-a)은 환율 데이터이고, (그림 2-b)은 그 일부분의 데이터(1991년 11월 1일~1992년 8월 21일)의 프랙탈차원을 표시하고 있다.

x 축의 $k = 10^{1.75}$ 부터 $k = 10^2$ 까지의 급격한 변동은 데이터수가 적기 때문이다. 이전과 같이 데이터의 공통된 특징은 샘플 간격이 7(우연히 같은 값이 되었다. 즉 $k_{crossover} = 7$)을 경계로 2종류의 기울기를 가진다. 모든 데이터가 샘플 간격이 $1 \leq k \leq 6$ 에서는 거의 1.5를 나타냈다. $k \geq 7$ 에서는 거의 전부의 데이터의 값은 1.20~1.35 사이의 값을 취했다. 환율데이터 이외의 데이터에서도 이와 같은 현상은 보이지만 환율데이터가

특히 두드러진 현상을 보였다.

이상과 같이 환율데이터는 단기기억을 가진 시계열과는 달리 $D_1 > D_2$ 즉 샘플 간격이 커질수록 데이터 사이의 시간 상관은 강해지는 현상을 보였다.



(그림 2) 환율데이터의 시계열과프랙탈차원

3. 모델로의 적용

2장에서 조사한 결과를 토대로 어떤 통계모델에 적용되는가를 검토한다. 통상, AR(P) 모델에서는 $D_1 < D_2$ 이지만 환율데이터의 경우 $D_1 > D_2$ 가 되어 AR(P) 모델에 적용될 수 있는가를 예측이라는 관점으로부터 검토한다.

3.1 예측오차의 성질

무한한 과거가 영향을 미치는 장기 기억 과정에서는 단기 기억 과정에서 주어진 예측오차와 정성 적으로 다르다는 것을 추정할 수 있다. 여기에서는 환율데이터를 일반적 모델 AR(P)에 적용시켜, 그 예측오차를 조사하는 것으로 환율데이터의 특이성을 해명한다.

AR(P) 모델은 식 (5)로써 표시된다.

$$x_n = \sum_{j=1}^p \phi_j x_{n-j} + \xi_n \quad (5)$$

여기에서 ξ_n 는 평균0, 분산 σ_ξ^2 로 한다. σ_ξ^2 자체는 미지수이다. AR(P) 모델의 p가 유한인 경우는 잘 알려진바와 같이

$$\epsilon(k) \cong C_0 - C_1 e^{-ak} \quad (6)$$

로 표시되고, 지수 함수적으로 일정 값에 수렴한다. 여기에서 $\epsilon(k)$ 은 k시간 앞에서의 예측오차를 표시하고 $C_0, C_1, a > 0$ 은 정수(定數)를 표시한다.

식 (5)의 모델에서 p가 무한대로 될 때는 이것과는 다르기 때문에 좀더 상세하게 기술한다. 지금 t 개의 관측치로부터 만든 벡터를 $X^{(t)} = (x_1, x_2, \dots, x_t)^T$ 로 하고(T는 전치를 나타낸다), x_t 와 미래의 값 x_{t+k} 와의 공분산 으로부터 작성한 벡터를 $\Gamma_k^{(t)} = (\gamma(t+k-1), \gamma(t+k-2), \dots, \gamma(t))^T$ 로 정의한다. t개의 관측치를 기준으로 k시간 앞의 가장 간단한 예측 식은 식 (5)로부터 식 (7)을 얻을 수 있다.

$$\hat{x}(k) = a^T X^{(t)} \quad (7)$$

여기에서 $a = (a_1, a_2, \dots, a_t)^T$ 은 계수이다. 따라서 평균2승 예측오차는

$$\begin{aligned} var(\epsilon(k)) &= E[(x_{t+k} - \hat{x}(k))^2] \\ &= \sigma_e^2 + a^T \sum_t a - 2 a^T \gamma_k^{(t)} \end{aligned} \quad (8)$$

로된다. 여기서 Σ_t 은 $X^{(t)}$ 의 공분산 행렬을 표시한다. 이것으로부터 평균2승 예측오차는 $a_{opt} = \Sigma_t^{-1} \gamma_k^{(t)}$ 일 때 최소가 된다. 이것을 식 (7)에 대입하면 예측 값은 식 (9)가 되고 또 식 (8)에 대입하면 식 (10)을 얻는다.

$$\hat{x}(k) = \gamma_k^{(t)T} \sum_t^{-1} X^{(t)} \quad (9)$$

$$var(\epsilon(k)) = \sigma_e^2 - \gamma_k^{(t)T} \sum_t^{-1} \gamma_k^{(t)} \quad (10)$$

여기에서 무한하게 계속되는 과거의 데이터를 사용한 예측을 생각할 때, 장기기억 과정에서는 과거의 데이

타를 많이 이용하면 할수록 예측오차는 작게된다. 이 경우

$X^\infty = (x_1, x_2, x_3, \dots)^T$ 로 하면, 앞에서 논의와 똑같이 k 시간앞의 예측 값은

$\hat{X}_i(k) = a^T_{opt} X^{(\infty)}$ 로 된다. 단 여기서 $a = (a_1, a_2, \dots, a_r)^T$ 로 한다.

특히 $\nabla^d x_n = \xi_n (\nabla x_n = x_n - x_{n-1})$ 인 ARIMA(0, d, 0) 모델에 대해서는, 이 양은 구체적으로

계산되어 있다. 여기에서 d 가 일반적으로 비정수(非整數)이면 장기기억과정이 된다. 예측이 어느 정도 정확히 수행되는가를 표시하는 표준적지표 식 (11)을 도입하자.

$$R_k^2 = \frac{\sigma_\xi^2 - \text{var}(\epsilon_i(k))}{\sigma_\xi^2} \quad (11)$$

ARIMA(0, d, 0)모델에서는 $\phi_j = -\Gamma(j-d)/\{\Gamma(j-1)\Gamma(-d)\}$ (여기에서 Γ 는감마함수를 나타낸다) 라고 구체적으로 구해져있기 때문에 $d = H - \frac{1}{2}$ 에 주의하면서 이것을 식 (9), 식 (10)에 대입하면

$$R_k^2 \approx \sum_{j=k}^{\infty} j^{2H-3} \approx k^{2H-2} \quad (12)$$

이 된다. 일반적으로 H 는 $0 < H < 1$ ($-\frac{1}{2} < d < \frac{1}{2}$)을 만족하기 때문에 $-2 < 2H-2 < 0$ 이 된다. 여기에서 파스토수(hurst number) H 와 프랙탈차원 D 의 관계식은 $H = 2 - D$ 라고 알려져있다. 식 (12)에 $H = 2 - D$ 을대입하면

$$\epsilon(k) \cong C_0 - C_1 k^{2-2D} \quad (13)$$

을 얻는다. 여기서

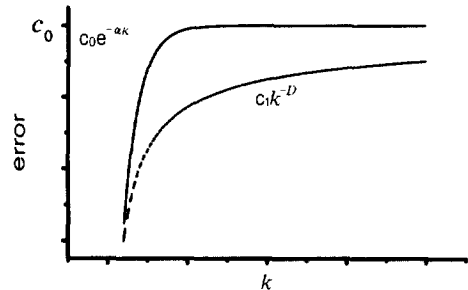
$$\beta = 2 - 2D \quad (14)$$

로 예측오차의 지수 β 를 정의한다.

β 는 장기기억성을 나타내는 지수이다. 일반적으로 비선형시계열에는 정해진 예측식은 알려져 있지 않지만 프랙탈 성질을 가진 시계열 데이터의 예측 식은 식 (13)과 같이 표시할 수 있다.

(그림 3)은 p 가 무한, 유한일 때의 예측오차와 k 와

의 관계를 표시하고 있다. 그림을 보면 알 수 있듯이 p 가 유한일 때는 예측오차는 즉시 어느 일정한 값에 도달 하지만 p 가 무한일 때는 완만하게 도달한다. 이것은 p 가 무한일 때는 시계열이 장기 기억 성질을 가지고있다는 것을 표시한다.

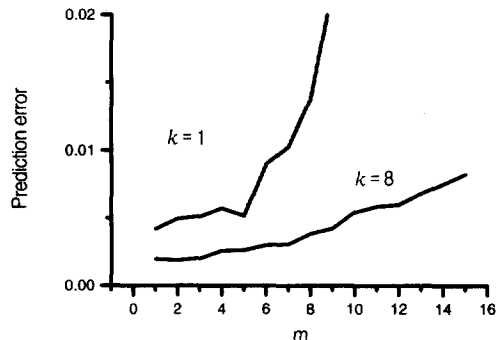


(그림 3) p 가 무한, 유한일 때의 각각의 예측오차

3.2 뉴럴네트워크에 의한 시물레이션

2장에서 일반적인 시계열과 환율 시계열 데이터의 프랙탈차원을 조사했다. 시계열 내에 존재하는 2가지 차원의 차이가 예측오차에도 나타날 가능성을 가지고 있다.

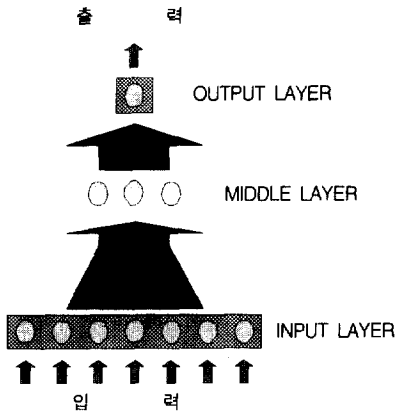
(그림 4)에서 $k=1$ 과 $k=8$ 은 각각 샘플간격을 표시한다. 환율 시계열을 AR(∞)모델로써 가정한다면 AR(∞)모델의 차수가 증가하면 예측오차는 작게 되지만 그림과 같이 오히려 예측오차는 증가하는 경향을 보였다. 이 결과를 보면 환율 시계열은 AR(∞) 데이터가 아니고 비선형 데이터임을 추측할 수 있다.



(그림 4) 선형회귀모델에서 차수(m)와 예측오차의 관계

그래서 비선형 예측도구인 뉴럴네트워크를 이용해서 예측오차를 조사했다. 학습법로는 BP(back Propaga-

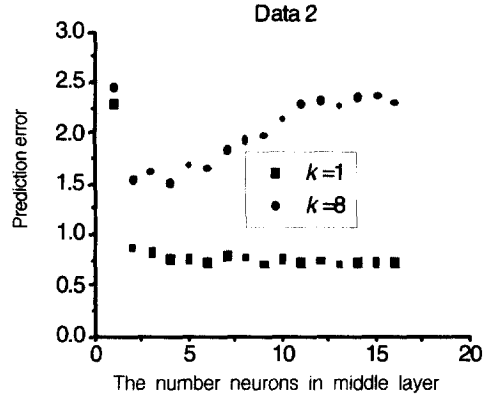
tion)법의 뉴럴네트워크를 사용했다. (그림 5)는 예측에 사용된 뉴럴 네트워크의 구조를 나타낸다. BP법이라는 것은 일련의 패턴을 입력으로 주었을 때 네트워크의 출력과 원하는 값인 교사 값을 비교해서 그 오차를 감소시키도록 시나프스 결합의 가중치를 수정해 나가는 방법이다. 여기에서는 입력은 6개, 출력은 1개의 뉴런으로 구성했다. 중간층은 파라메타로써 변화시켜 가면서 결과를 관찰했다. 입력데이터와 출력데이터는 미리 0~1사이 값으로 정규화 했다. 일정한 기간의 패턴들을 5000회 학습한 후 한 단계 앞의 샘플간격의 값을 예측했다. 한정된 데이터(200개)를 사용했기 때문에 샘플간격이 커짐에 따라서 패턴 수와 예측에 사용될 데이터의 수도 감소했다. 뉴럴 네트워크의 중간층이 시계열의 특징을 파악하기 위해서는 어느 정도의 패턴수를 필요로 한다. 이번 예측에서는 8개의 세트 중에서 $k > 7$ 이상일 때, D 의 값이 1.3정도인 3개의 데이터를 예측에 사용했다. 이들 데이터를 순서대로 데이터1(1990년 3월 23일~1991년 1월 11일), 데이터2(1991년 11월 1일~1992년 8월 21일), 데이터3(1992년 8월 24일~1993년 6월 16일)으로하고 예측을 행했다.



(그림 5) 뉴럴네트워크의 구조

3.3 예측결과

우선 중간층 유닛수를 변화시키면서 k 와 예측오차와의 관계를 조사했다. (그림 6)에서 표시하는 데이터2(데이터1과 데이터3은 데이터2와 차이가 없었다)에 있어서 중간층 뉴런수(h)를 변화시켰을 때의 예측오차(실제데이터의 수치와 예측한데이터의 수치의 차이)의 상태를 샘플간격1(연속시계열)과 8(7과 9는 8과 거의



(그림 6) 중간층 유닛수 h 의 변화에 따른 k 와 예측오차의 관계

비슷했다)의 경우를 비교했다. 이 결과를 보면 $k=1$ 일 때 예측오차가 중간층(h)이 증가함에 따라서 거의 변화가 없는 반면 $k=8$ 에서는 예측오차가 $h=4$ 에서 최소가 되고 그 이후에는 증가되었다. 이것은 $1 \leq k \leq 6$ 에서의 데이터는 파라메타가 증가함에 따라 예측의 정확도가 높아 가는데 반해 $k \geq 7$ 의 데이터에서는 적당한 중간층 뉴런수가 있다는 것을 보여준다. 이것은 k 가 6이하에서는 중간층의 수를 증가시켜도 개선되지 않지만 7이상에서는 중간층(h)이 유한한 값을 가질 때 적절하다는 것을 보여준다. 다음으로 k 와 예측오차의 관계(중간층유닛수(h)는 고정)을 조사했다. 중간층 뉴런 수는 앞의 결과를 고려해서 6으로 고정하고 예측을 행했다. (그림 7)은 3개의 데이터의 예측오차의 결과를 평균한 값과 k 에 대해 양변을 대수를 취해 그래프로 표시했다. k 가 1부터 6까지의 예측오차는

$$\epsilon(k) \cong C_a - C_b k^{-1.0041} \tag{15}$$

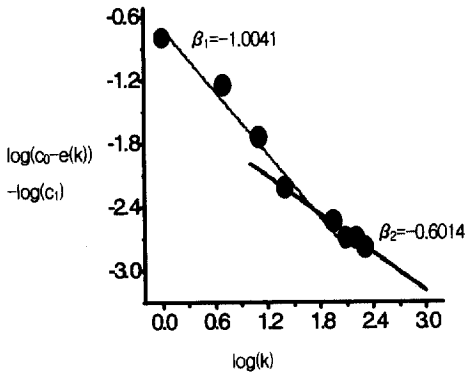
으로 표시된다. 이때 C_a 는 0.821이고 C_b 는 2.5이다. 한편 k 가 7이상의 경우에서는

$$\epsilon(k) \cong C_c - C_d k^{-0.6014} \tag{16}$$

이고 그때 C_c 와 C_d 는 각각 2.335, 2.0이다.

3.4 모델의 타당성

(그림 7)을 보면 알 수 있듯이 예측 오차는 2개의 기울기를 가지고 각각 이론대로의 기울기를 가지는 것



(그림 7) k와 예측오차의 관계

을 알 수 있다. 즉 AR(P)모델에서의 p가 무한대일 때, 또는 비선형의 경우, D와 β 사이에는

$$\beta_1 = 2 - 2D_1 (k < k_{crossover}) \quad (17)$$

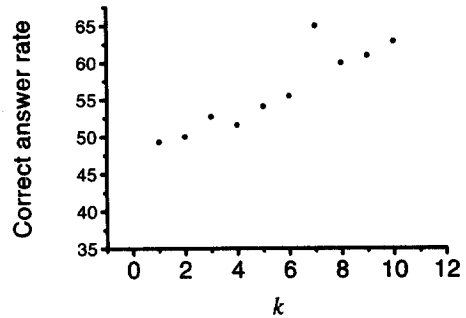
$$\beta_2 = 2 - 2D_2 (k > k_{crossover}) \quad (18)$$

이다. k가 1부터 6까지일때 예측결과로써 $\beta_1 = -1.0041$ 이다. 이것을 식 (15)에 대입하면 프랙탈차원은 1.502이다. 2장의 결과에서는 $D_1 = 1.49$, 똑같이 k가 7이상에서의 $\beta_2 = -0.6014$ 를 나타낸다. 이것을 식 (16)에 대입하면 프랙탈 차원은 1.3007이된다. 2장의 결과에서는 $D_2 = 1.30$ 이다. 둘다 거의 같은 값을 나타내고 있다. 이상과 같이 예측오차를 보면 환율 데이터는 비선형모델에 적용될 수 있다. 즉 환율 시계열은 비선형모델을 따른다는 것으로 추정할 수 있다.

4. 정답율

예측의 성능을 표시하기 위해서 보통 평균2승오차를 이용한다. 평균2승오차가 예측성능을 나타내는 객관적인 지표이지만 경제분야에서의 응용을 생각하면 이와 같은 지표가 항상 유용한 지표라고 말할 수 없다. 또 최종적인 목표라고도 말할 수 없다. 실제의 경제 시계열에서는 주가의 상승, 하강을 정답으로 한 횟수를 카운트해서 구한 지표가 더 현실적이다. 그래서 여기에서 나타내는 정답율이라는 것은 예측한 결과가 실제의 값에 비해서 상승하강에 한정한 경우에 일치했을 때 비율을 말한다. 실례문제로써 예측을 이용하는데 있어, 증권회사의 딜러들은 얼마나 올랐나 내렸나 라는 변동의 폭보다는 올랐나 내렸나 라는 점을 더 중시 한다는

점에 주목했다. (그림 8)은 정답율의 결과를 표시한다. 세로축은 3개의 데이터의 정답율의 합을, 그리고 가로축은 샘플간격 k를 표시했다. 여기에서 예를 들어 정답율 48이란 100개의 예측에 대해 48개가 정답임을 의미한다.



(그림 8) 정답율

이상의 결과로부터 2가지 범위에 있어서 각각의 데이터의 성질에 차이가 있다는 것을 추정 할 수 있다. 프랙탈차원의 값이 큰 범위($1 \leq k \leq 6$)에서는 정답율은 5할 정도를 표시했다. 또 프랙탈차원의 값이 작은 범위($k \geq 7$)에서는 6할 정도를 표시했다. 이것은 프랙탈 차원의 결과로부터 $1 \leq k \leq 6$ 범위에서는 데이터간의 성질이 난잡함을 의미하고 즉 브라운운동과 같음을 의미하고 $k \geq 7$ 에서는 데이터의 샘플간격은 멀어지는데 시간상관은 강해지는 것을 의미하는 결과이다.

5. 결 론

시계열에는 환율데이터와 같이 2개의 차원을 가지고 데이터사이의 시간간격이 멀어짐에 따라 프랙탈차원이 작아지는 현상을 나타내는 것이 있다. 이번에 이와 같은 시계열 의 하나의 예로써 환율시계열을 뉴럴 넷트 워크로써 예측오차를 조사해, 이 환율데이터를 비선형 모델에 적용했다. 그 결과 환율시계열의 예측오차와 프랙탈차원이 장기기억성을 가진 비선형시계열로부터 얻어진 관계식 $\beta = 2 - 2D$ 을 완전히 만족하는 것을 확인 했다. 그 결과로부터 환율시계열은 장기기억성을 가진 비선형 모델이라는 것을 추측할 수 있다. 또 실용적 측면에서 정답율이 프랙탈 차원이 1.5의 경우에서는 5할 정도를 나타냈고, 프랙탈 차원이 1.3의 경우에서는 6할 정도의 결과를 보였다. 즉 샘플간격이 $k_{crossover}$ 이상

에서 데이터간의 상관은 강해지는 결과를 얻었다. 이후는 환율데이터가 비선형모델중에서 어떤 모델에 적용되는가 또 카오스인가를 검토할 것이다.

참 고 문 헌

[1] Box, G. E. P., & Jenkins, G. M. "Time series analysis," Forecasting and control. San Francisco, Holden-Day, 1976.

[2] Benoit B ,Mandelbrot. "Fractals and Scaling in Finance," Discontinuity, Concentration, Risk. Springer-Verlag, 1997.

[3] Mandelbrot,B. "Fractals," form, Chance and Dimension, Freeman, San Francisco, 1977.

[4] 池口徹, "카오스時系列解析と統計的假說檢定法," <http://ikeguchi.te.noda.sut.ac.jp/~tohru>.

[5] JanBeran, "Statistics for long-memory processes," chapman & HALL,New York, 1994.

[6] 松葉 育雄, "카오스의豫測," 數理科學, No.348, pp.

64-69, June 1992.

[7] 松葉 育雄, "ニューラルネットワークによる情報處理," 昭晃堂, 1993.

[8] 樋口 知之, "時系列のフラクタル次元," 統計數理, 第37卷, 第2號, pp.221-232, 1989.

[9] Higuchi, T., "Approach to an irregular time series on the basis of the fractal theory," physicaD, 31, pp.277-283, 1988.

[10] 松葉 育雄, "非線型 時系列 解析," 朝倉書店, 1999.



원 석 준

e-mail : weon@j94.tg.chiba-u.ac.jp

1989년 부경대학교 전자공학과 졸업 (학사)

1991년 부산 동아대학산업대학원 전산공학과졸업(전공제어계측), (석사)

1994년~현재 일본 지바대학 대학원 박사과정
관심분야 : 카오스 비선형해석 뉴럴네트워크 등