

컴퓨터 대수 시스템을 이용한 이공계 수학용 이러닝 시스템 개발

박 흥 준[†] · 전 영 국[‡] · 장 문 석^{***}

요 약

본 논문에서는 컴퓨터 대수 시스템과 베이지안 추론망 기반 학습자 모델을 이용하여 개발한 이공계 수학용 이러닝 시스템을 소개하였다. 이 시스템은 컴퓨터 대수 시스템 기반 수학용 콘텐츠 저작모델의 최근 모델인 동적 클라이언트 비의존형 모델을 따른다는 점과 개별 진단평가를 위한 추론 엔진으로 베이지안 추론망을 활용한 학습자 모델을 구성한다는 점에서 기존의 이러닝 시스템과 차별화된다. 이 시스템의 컴퓨터 대수 시스템 기반 저작모들은 웹 수식표현에 관한 선지식이 없는 교수자에게 일체의 소프트웨어 지원 없이 수치계산, 기호연산, 그래픽처리가 가능한 수학 콘텐츠를 손쉽게 저작할 수 있는 환경을 제공해 주며, 베이지안 추론망을 웹과 연동되도록 구성한 평가모들은 각 학습자의 학습영역별 학업성취도를 확률로 제시하는 것이 가능하도록 해주어, 학습자의 수준을 이원분류표와 같은 기준의 평가 방법보다 타당하고 과학적으로 진단해 준다. 이는 궁극적으로 학습자에게 보다 정확한 보충학습 내용을 제시하고, 사용자 개개인에게 가장 적합한 심화학습 내용을 적응적으로 제공해 주는 것이 가능하게 해 준다.

키워드 : 이러닝, 컴퓨터 대수 시스템, 이공계 수학

The Development of e-Learning System for Science and Engineering Mathematics using Computer Algebra System

Hong-Joon Park[†] · Young-Cook Jun[‡] · Moon-Suk Jang^{***}

ABSTRACT

This paper describes the e-learning system for science and engineering mathematics using computer algebra system and Bayesian inference network. The best feature of this system is using one of the most recent mathematical dynamic web content authoring model which is called client independent dynamic web content authoring model and using the Bayesian inference network for diagnosing student's learning. The authoring module using computer algebra system provides teacher-user with easy way to make dynamic mathematical web contents. The diagnosis module using Bayesian inference network helps students know the weaker parts of their learning, in this way our system determines appropriate next learning sequences in order to provide supplementary learning feedback.

Key Words : e-Learning, Computer Algebra System, Engineering Mathematics

1. 서 론

본 시스템은 이공계 대학생의 수학교육을 위해 개발된 이러닝 시스템으로 교수자에게 컴퓨터 대수 시스템(computer algebra system) 기반 수학용 웹 콘텐츠 저작환경을 제공한다는 점과 베이지안 추론망(Bayesian inference network)을 활용한 학습자 평가시스템을 통하여 학습자 각각에 대하여 세분화된 지식 영역별 진단이 가능하도록 설계되었다는 특

징을 가지고 있다.

일반적인 이러닝 시스템과는 달리 수학용 이러닝 시스템에서는 웹에서의 수식의 처리와 표현이라는 두 가지 선행과제가 뒤따른다. 전영국[1]과 송기홍[2]은 웹에서 동적으로 수식을 표현하고 처리하기 위한 연구에서 이러한 문제를 해결하기 위해 컴퓨터 대수 시스템을 사용하고 있으며, 영국의 WALLIS[3]와 국내의 최근 수학용 이러닝 시스템의 수식처리 및 수학용 웹 콘텐츠 저작 모델에 관한 연구[4]에 비추어 보면 수식의 표현과 처리를 위해서는 컴퓨터 대수 시스템을 활용하는 것이 효율적이라는 결론을 얻게 된다.

컴퓨터 대수 시스템(computer algebra system)이란 컴퓨터를 이용하여 수학에 관련된 문제를 기호로 처리하여 연산을 수행하는 시스템으로, 수치계산과 대수적 연산을 수행하

* 본 논문은 한국과학재단 특성기초연구(R01-2005-000-11224-0)지원으로 수행되었음.

† 준 회 원: 순천대학교 대학원 컴퓨터과학과 박사과정

‡ 정 회 원: 순천대학교 사범대학 컴퓨터교육과 교수

*** 종신회원: 순천대학교 공과대학 컴퓨터공학과 교수
논문접수: 2007년 4월 4일, 심사완료: 2007년 9월 13일

고 필요한 경우에 연산의 결과를 그래픽으로 처리하는 소프트웨어를 일컫는데 대표적인 예로는 Maple, Mathematica, Matlab 등을 들 수 있다.

컴퓨터 대수 시스템을 활용하여 웹 저작환경을 구축하는 몇 가지 모델 중 본 시스템의 경우 서버측에 전용 콘텐츠 생성기(Mathematica)[5]를 포함하고 있는 동적 클라이언트 비의존형 모델을 적용하였는데, 이는 웹 수식표현에 관한 선지식이 없는 교수자에게도 일체의 클라이언트 소프트웨어 지원 없이 수치계산, 기호연산, 그래픽처리를 동적으로 수행할 수 있는 수학 콘텐츠를 손쉽게 만들 수 있는 저작 환경을 제공해 주기 때문이다.

현재의 대부분의 이러닝 시스템은 그 기능이 일괄적인 학습자료 제시 및 단순한 수준의 학습자 평가정도에 머무르고 있어 이를 넘어 적응적으로 학습자에게 학습 콘텐츠를 제공하고 인공지능적인 평가방법에 의한 학습자 진단기능이 요구되고 있는 실정이다. 본 시스템은 이러한 요구를 반영하여 적응적 이러닝 시스템으로 개발되었는데, 가장 큰 특징으로 컴퓨터 시스템이 마치 인간 교사처럼 학습자의 수준이나 요구를 반영하여 적응적으로 학습콘텐츠 및 학습활동을 제공한다는 점이다. 이러한 과정에서 컴퓨터 시스템은 인간이 가지고 있는 인지, 판단, 지식의 생산과 재구성 등의 능력이 요구되는데 이를 적용하기 위해 여러 가지 인공지능 기법이 이용된다. 이 중 특히 베이지언 추론망을 적용한 연구가 많은데, 그 대표적인 예로는 독일 DFKI의 주도하에 개발하고 있는 AcitveMath[6], VanLehn이 이끄는 그룹에 의해 만들어졌던 POLA[7], POLA를 향상시킨 Andes[8] 등이 있다. 이처럼 베이지언 추론망에 의한 적응적 이러닝 시스템이 많은 이유는 기존의 평가 방법이 가지고 있는 문제점인 지식 요소간의 관계에 대한 기술이 가능할 뿐만 아니라 다른 인공지능 기법에 비하여 간단하게 적용할 수 있다는 장점이 있으며, 무엇보다도 수학적 배경을 토대로 학문적으로 체계적인 연구가 이루어지고 있기 때문이다. Mislevy[9]와 김명화[10]의 베이지언 추론망을 이용한 학습자 모델에 대한 분석과 평가에 관한 연구 등이 이러한 현상을 설명해주는 대표적인 예이다.

본 시스템은 기존의 몇 가지 학습자 모델 중에서 학습자의 진단 및 학습자 보고서를 생성하는데 효과적인 베이지언 추론망을 응용하여 학습자 모델을 만들었으며, 이렇게 만들어진 학습자 모델은 웹과 연동되어 학습영역별 학업성취도를 확률로 표현한 학습자 보고서와 학습자에게 부족한 부분을 학습할 수 있도록 보충학습 혹은 심화학습 콘텐츠를 제공해주는 추론 엔진으로 사용된다. 결국 이 시스템의 사용자는 자신의 수준과 부족한 지식영역을 고려한 학습콘텐츠를 적응적으로 제공받게 된다.

2. 수학용 이러닝 시스템 관한 선행 연구

적응적 이러닝 시스템이란 개별 학습자의 학습요구에 적응적으로 수업내용을 제시할 수 있는 능력을 갖춘 인간 교

수자의 행동을 재생산해 내는데 목적을 두고 있는 컴퓨터 기반 교육시스템이라고 할 수 있다[11].

적응적 이러닝 시스템에 관한 주된 연구는 기존의 컴퓨터 기반 교육시스템을 적응적으로 개선할 수 있도록 교수학습 이론과 인공지능 기법을 응용하여 해당 학습 시스템에 적합한 학습자 모델을 찾는 연구와 이러한 기술을 활용하여 각 분야에 적용하는 응용 연구, 그리고 개발된 시스템의 성능을 평가하고 분석하는 연구, 특히 교육 콘텐츠 저작도구의 성능 분석[12], 효과적인 이러닝 시스템 설계[13] 등으로 대별된다.

본 시스템은 일반 적응적 이러닝 시스템과는 달리 수학전용이라는 특성이 있기 때문에 기존의 수학교육용 이러닝 시스템에서 그 모델을 찾을 필요가 있다. 현재 수학과 관련한 대표적인 적응적 이러닝 시스템으로는 독일의 AcitveMath 그룹에서 개발하고 있는 AcitveMath[6]와 영국의 Edinburgh 대학에서 개발한 WALLIS[3]를 들 수 있다.

2.1 ActiveMath

이미 오래전부터 독일 DFKI의 주도로 개발되고 있는 AcitveMath의 가장 큰 특징은 인지주의에 입각한 학습내용의 적응적 제시에 있다. 적응적 제시의 예를 들자면 학습자가 초기 질문지를 작성하면 시스템이 이를 토대로 학습자 개별에게 가장 적합한 초기 콘텐츠를 제공해 주며, 학습이 진행되는 과정에서도 콘텐츠에 머무른 시간, 콘텐츠에 대한 반응, 예제풀이 결과 등의 정보를 토대로 적절한 피드백을 개개인에게 맞춤식으로 제공하는 것을 말한다.

AcitveMath의 수식처리 방법은 컴퓨터 대수 시스템과 Java 프로그램에 의한 2가지 방법이 혼합되어 사용되는데 Maple[14]과 MuPad[15]와 같은 컴퓨터 대수 시스템을 서비스의 일부에 적용하여 학습자의 보조학습이 가능하도록 구현되어 있으며, 자바애플릿을 활용하여 학습자에게 그래픽 처리나 수식의 동적인 처리를 확인할 수 있도록 구성되어 있다. 또한 학습자의 학습 이해 정도를 초록, 노랑, 빨강 등 의 색깔로 구분해 주며, 콘텐츠 유형에 따라 정의는 D, 예제는 E, 연습문제는 X 등의 9가지 유형으로 분류하여 보여주는 인터페이스 등이 매우 특이하다.

2.2 WALLIS

WALLIS는 영국의 대표적인 컴퓨터 대수 시스템 기반 ITS로 함수, 미적분, 벡터방정식에 대한 콘텐츠들로 이루어져 있다. 시스템 내부의 수식처리 엔진으로 Maple을 사용하고 있으나, 수식의 입력을 위해서는 Geometry Technologies 사의 WebEQ를, 그리고 이를 표현하고 컴퓨터 대수 시스템에 전달해 주기 위해서는 MathML[16] 표준을 사용한다.

WALLIS는 시스템을 설계하고 개발하는 과정을 학습자, 교수자, 개발자가 모두 참여하는 유저중심 설계 및 개발(user-centered design & development)이라는 독특한 방식으로 진행하였다[17]. 이 시스템의 피드백창이 화면의 하단에 고정되어 있는 인터페이스도 이 설계방식을 따르면서 학

습자들의 요구를 반영하여 초기 설계 화면을 수정하여 만들어 진 것이라고 한다.

WALLIS는 학습자의 반응과 문제해결 시간을 토대로 해당 학습자에게 힌트와 피드백을 생성하여 제시하는 적응적 피드백 시스템을 구현하고 있으며, 이러한 방식으로 생성된 힌트와 피드백이 콘텐츠의 하단에 3단계로 분리되어 제시되도록 설계되어 있다.

이상 대표적인 2개의 수학용 웹기반 ITS를 살펴 보면 이를 모두 어떤 형태로든 학습자에게 적응적인 피드백 혹은 적응적인 콘텐츠를 제공하기 위해 많은 노력을 기울이고 있음을 알 수 있다.

3. 개선된 이공계 수학용 이러닝 시스템

3.1 기존 수학용 이러닝 시스템과의 비교 및 특징

AcitveMath의 경우는 베이지언망을 이용한 학습자 모델을 사용하여 적응적인 콘텐츠를 제공하는데 주력하고 있으며, WALLIS는 전문가시스템 기법을 이용하여 학습자에게 효과적인 피드백과 힌트를 제공하는데 주안점을 두고 있다.

본 시스템은 컴퓨터 대수 시스템을 수식처리 엔진으로 사용한다는 점에서 2가지 시스템과 유사한 구조를 가지고 있으나 학습 콘텐츠를 자동 생성해 주는 보조도구가 있는 점에서 기존의 두 모델보다 교수자의 편의성을 더 고려하고 있다. 또한 학습자 모델의 구성에 있어서 베이지언 추론망에 의한 학습자 모델을 만들어 사용한다는 점에서는 ActiveMath와 유사하나, 학습자 모델을 학습자의 진단평가와 학습자 보고서를 생성해 내는데 직접적으로 이용한다는 점에서는 약간의 차이를 가지고 있다. 이러한 차이는 본 시스템이 학습자 스스로 자신의 부족한 지식영역을 인지할 수 있도록 해주고 학습자가 보다 타당한 정보를 기반으로 자신의 학업성취도를 향상시키기 위한 학습 전략을 세울 수 있도록 도와주는데 주안점을 둔 것에 기인한다.

3.2 컴퓨터 대수 시스템을 기반으로 개발된 저작 모듈

수학 기호의 웹에서의 표현과 온라인에서의 동적인 수식 처리라는 두 가지 과제는 수학 교육용 웹 저작에 있어서의 중요한 문제로 자리 잡고 있었다. 이 두 가지 문제를 위한 여러 연구와 표준화 작업을 거쳐, 최근 컴퓨터 대수 시스템을 기저로 하는 웹 저작모델이 제안되었고 이를 적용한 사례가 국내에서도 발표되었다[4][5].

본 시스템의 저작 모듈은 동적 클라이언트 비의존형 저작 모델[4]을 따른다. 이는 웹 연동 컴퓨터 대수 시스템을 엔진으로 하여 템플릿에 맞추어 자동으로 저작물을 생성해 주는 보조도구가 서버측에 포함되도록 설계된 모델로, 교수자에게 매우 편리한 저작 환경을 제공해 준다는 장점 외에도 교재나 매뉴얼 같은 대규모의 정형화된 콘텐츠 저작시에 효율 면에서 강점을 갖는다.

이 시스템의 수식처리용 컴퓨터 대수 시스템 엔진으로 Wolfram사의 Mathematica를 사용하고 있으며, 동적 클라이

언트 비의존형 저작 모델을 위해 필요한 보조 도구로는 phpMath[5]를 사용한다.

이 시스템의 수식처리 및 수학용 콘텐츠 저작 시스템의 구현 환경 및 응용 기술에 관한 내용은 기 발표된 논문[4]을 통하여 자세히 소개한 바 있어 본 논문에서는 그 동작 과정 및 실제 사용방법에 대해서만 간략히 소개하는데 그치도록 한다.

(그림 1)은 본 시스템의 교수자용 저작 도구인 phpMath의 메인화면으로 화면의 빈 칸에 학습콘텐츠에 들어가기를 원하는 Mathematica 코드와 그 페이지에서 설명하거나 연습시키고자 하는 내용에 관한 해설을 입력하고 생성버튼을 눌러 실행시키면, 동적으로 작동하는 수학용 웹 콘텐츠가 서버측에 생성된다. 이렇게 생성된 콘텐츠는 웹 서버 내에 설치된 Mathematica와 통신이 가능하도록 해주는 전용 스크립트인 MSP(Mathematica server pages)로 번역된 문서로 이 문서는 사용자에게 Mathematica를 웹을 통하여 제어 할 수 있도록 해 주어 결과적으로 동적인 상호작용적이고 동적인 수학 학습을 할 수 있게 된다.

(그림 2)는 본 시스템에 포함된 여러 이공계 대학 수학 콘텐츠 중 극한의 개념을 웹상에서 학습자가 원하는 값과 함수로 동적으로 시험해 볼 수 있도록 구성한 수업 내용의 복습을 위한 연습하기 페이지로 그림 1과 같은 방식으로 생성한 콘텐츠가 전체 페이지의 오른쪽 프레임에 사용되고 있음을 확인할 수 있다.

Create New Page @ phpMath

◇ Title :

1. 함수를 입력합니다.
2. 변환하고자 하는 변수를 입력합니다.
3. 변환하고자 하는 변수를 입력합니다.
4. X축의 범위를 입력합니다.

◇ Explanation :

◇ Insert Mathematica Code: (variables are inserted as vv1, vv2, vv3)

Symbol Calculation Graphic

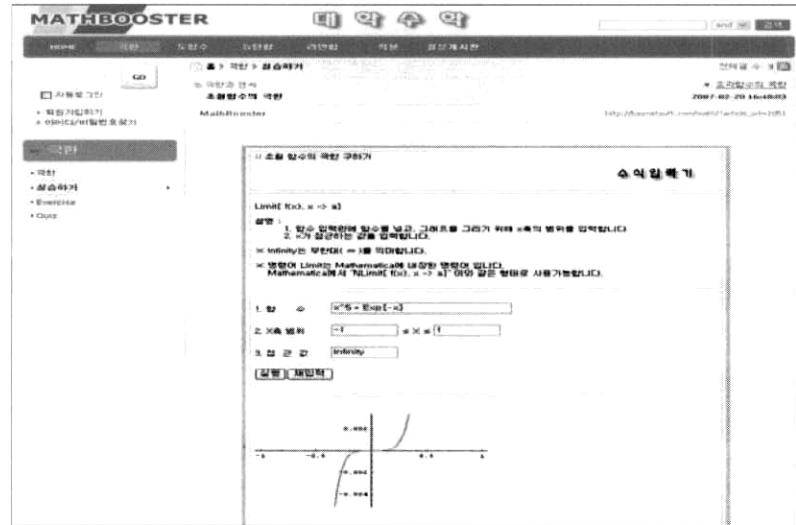
◇ File Name : (ex:circle)

◇ # of Variables :

◇ Position of results: Bottom Right

◇ Choose Template Color: Lime Ivory blue Green

(그림 1) phpMath의 입력화면



(그림 2) phpMath로 생성된 저작물

3.3 베이지언 추론망 기반 학습자 모델을 사용하여 개발된 평가 모듈

현재 일선 학교에서 일반적으로 사용되고 있는 이원분류 표에 의한 학습자 평가는 내용영역 요소 간의 상호작용에 대한 정보를 담을 수 없다는 문제점으로 인하여, 문제를 출제할 때 한 문제당 한 가지의 평가하고자 하는 내용을 남도록 하고 있다. 그런데 대부분의 문제들은 그 문제를 해결하기 위해 두 가지 이상의 내용영역의 지식이나 기술을 필요로 하게 되어 이원분류표에 의한 학습자 진단은 실질적으로는 그 사용이 매우 제한적이며 특히 수학과목의 경우는 더욱 그러하다.

베이지언 추론망(Bayesian Inference Network)은 변수를 표현하는 노드(node) 그리고 변수와 변수들 사이의 관계를 표현하는 호(arc)로 구성된 방향성 비순환 그래프로 베이지언 정리의 응용을 도식화 할 수 있도록 해주는 도구이다. 이를 사용하여 내용영역 요소를 노드로 내용영역 요소간의 관계를 노드간의 사전확률로 표현하면 학습자의 평가와 진단을 위한 훌륭한 모델을 구성할 수 있다.

(그림 3)은 본 시스템의 평가모듈에서 사용된 실제 학습자 평가 모델 중의 하나로 해당 단원을 완전히 이해하기 위해서 학습자에게 요구되는 지식 혹은 기술을 교수자가 선별하여 각각의 노드로 표현하고 이를 지식이나 기술의 선후관계를 화살표를 사용하여 도식화 한 후 해당 노드간의 조건부 확률을 입력하여 모델을 정한 것이다.

이 모델을 만들기 위해서 본 연구에서는 베이지언 추론망 전용 소프트웨어인 Norsys사의 Netica를 사용하였다.

한 과정의 진단을 위해서는 이러한 모델이 하나 이상씩 필요한데, 이렇게 만들어진 학습자 모델은 적응적 이러닝 시스템의 핵심으로, 학습요소별 진단을 가능하게 해주며, 후에 적응적 보충학습 및 심화학습을 제공하기 위한 확률적 단서를 제공해 준다.



(그림 3) BIN으로 설계한 학습자 평가모델의 예

베이지언 추론망을 활용하여 진단을 위한 학습자 모델을 만들기 위해서는 해당 콘텐츠에 대한 교수자와 이를 구현하기 위한 개발자가 서로 긴밀하게 작업을 하게 되며, 그 과정은 다음의 단계로 이루어진다.

- ① 교수자 혹은 해당 분야의 전문가에 의하여 지식요소에 해당하는 노드를 결정한다.
- ② 지식요소간의 선후관계를 고려하여 노드간의 선후관계를 그래프로 표현함으로써 베이지언 추론망의 구상도를 완성한다.
- ③ 베이지언 추론망 소프트웨어를 사용하여 구상도를 실제 베이지언 네트워크로 만들고 사전 확률값을 정해 준다.
- ④ 베이지언 추론망 API를 사용하여 해당 네트워크를 시뮬레이션한다.
- ⑤ 시뮬레이션한 결과를 토대로 해당 모델이 학습자의 수준을 적절하게 진단하는지 평가하여 문제가 되는 부분이 발견되면 위의 과정을 반복하고 만족스러울 경우

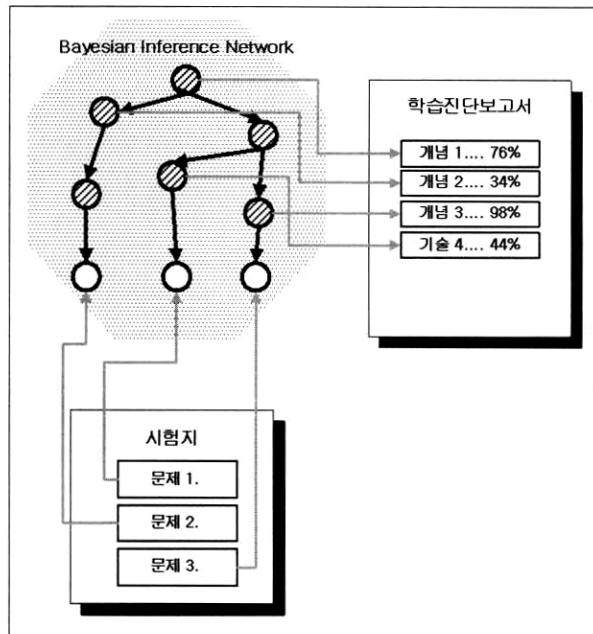
- 이 베이지언 추론망을 해당 콘텐츠에 대한 평가모델로 결정한다.
- ⑥ 모델이 결정되면 정해진 모델에 적용이 가능한 시험 문제를 출제하고 이 문제를 푼 결과를 입력받아 요소별 사후 확률을 계산하여 내보낼 수 있는 베이지언 추론망 API로 구현된 웹 연동 진단 모듈을 제작한다.

위의 과정을 통하여 만들어진 베이지언 추론망 기반 학습자 모델은 아래 그림 4의 구조도에서 베이지언 추론 엔진으로 작동되는데 온라인 테스트의 결과가 모델의 입력 자료가 되어 최종 진단 보고서가 만들어진다.

(그림 4)는 본 시스템의 진단 시스템의 구성 요소들의 동작 원리를 그림으로 보인 것으로 결국 교수자와 개발자에 의해 만들어진 베이지언 추론망에 학습자가 온라인 시험지를 풀어 각각의 문제별 정오 정보를 입력데이터로 주면, 베이지언 추론망 기반의 진단용 학습자 모델은 그 입력데이터를 문제 요소에 해당하는 노드에 적용하여 네트워크를 재 컴파일하고 이로 인해 새롭게 업데이트된 각각의 지식 및 기술 요소 노드들의 사후 확률을 학습 진단 보고서의 자료로 출력해 주는 동작 과정을 보여준다. 그리고 그림에는 나타나 있지 않지만 진단 보고서에 보여준 출력데이터를 토대로 해당 학습자에게 가장 적합한 보충학습 콘텐츠를 정해진 룰에 따라 제시해 주는 링크가 생성된다.

(그림 5)부터 (그림 8)까지는 이 시스템의 전체적인 진단 과정을 실제로 보여주기 위한 실행화면들로 이학닝 시스템에 제시된 여러 학습 콘텐츠를 통하여 해당 단원의 학습을 마친 학습자는 그림 5와 같이 제시된 퀴즈를 온라인으로 푼다. 문제를 모두 풀고 온라인 퀴즈 페이지의 하단에 있는 테스트 결과 전송 버튼을 누르면 그 결과가 (그림 6)과 같은 채점 화면을 통해 보여진다.

여기서 학습자는 자신이 푼 문제의 정오답 채점 결과와 모범답안을 확인 할 수 있으며, 채점 페이지의 하단에 진단



(그림 4) 학습자 진단 시스템의 동작

보기 버튼을 누르면 해당 퀴즈의 학습자 모델을 토대로 베이지언 추론망에 의해 진단된 진단 보고서를 볼 수 있게 된다.

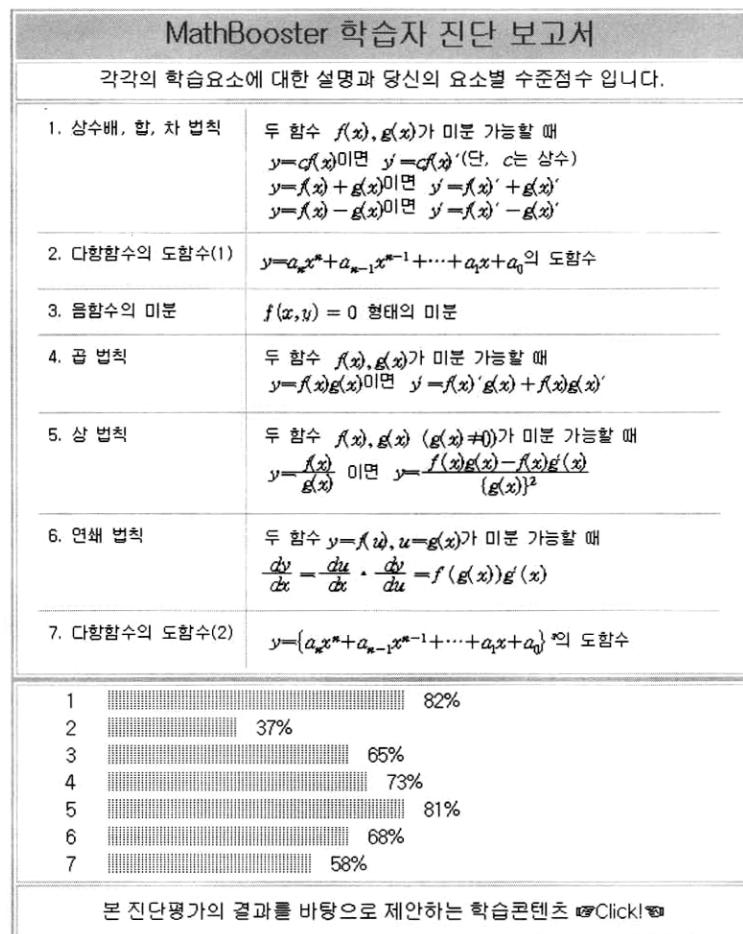
(그림 7)은 학습자 평가 모듈에 탑재되어 있는 (그림 3)과 같은 베이지언 추론망 평가 모델에 의하여 생성된 학습자 진단 보고서의 한 예이다.

(그림 7)은 총 8문제를 풀어서 5문제를 맞춘 학생에 대한 학습자 진단 보고서인데, 8문제를 풀어서 나온 진단임에도 불구하고 학습요소별로 자신의 부족한 수학 지식 혹은 문제 풀이에 필요한 기술이 무엇인지 상당히 자세하게 추측할 수 있다.

(그림 8)의 진단 보고서를 해석해 보면, 이 학생은 다항함

(그림 5) 온라인 퀴즈 화면

(그림 6) 온라인 퀴즈의 채점 화면



(그림 7) 베이지언 추론망에 의한 학습자 진단 보고서

수의 도함수 형태 중 2번째 요소에 해당하는

$y=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0$ 형태와 7번째 요소인

$y=\{a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0\}^k$ 형태의 도함수에 대한 개념이 빈약하고 3번 음함수의 미분에 대해서 그리고 6번 연쇄법칙에 대해서 어렵듯이 이해하고 있다는 것을 알게 해 준다.

베이지언 추론망에 의한 학습자 진단 보고서가 보여주는 학습자가 학습한 콘텐츠와 관계된 학습 내용요소 각각에 대한 확률값으로 표현된 수준은 기존의 총 점수 구간별 보충 학습 제시의 획일적인 보충학습 및 심화학습 제시 시스템의 한계를 넘어 학습자에게 보다 적응이고 세세한 사후 학습 제안이 가능하도록 해 준다.

(그림 8)은 (그림 7)의 학습자 진단 보고서의 하단부에 있는 보충학습 제안부를 클릭하면 보여지는 보충학습 콘텐츠의 한 예로 학습자는 온라인 평가의 단순한 채점에 의해 산정된 자신의 최종 합계 점수가 아니라 각 내용요소별로 사후 학률로 계산되어 제시되는 자신이 내용영역별 수준을 토대로 각 영역별로 부족한 부분을 강화 할 수 있도록 구성된 보충학습 자료를 제공 받을 수 있게 된다.

이 피드백은 리만합을 이해하는데 필요한 함수값 및 면적 계산에 관해 제공합니다.

■ 함수값 구하기 (최대값, 최소값, 중간값)

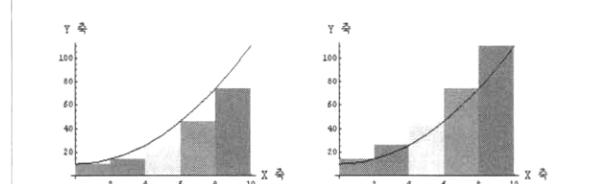
함수값을 구하는 이유는 면적을 계산할 때 높이를 구하기 위함이다.

리만합에서 계산하고자 하는 방법에 따라 합수값을 정하는 것이 달라진다. 왜냐하면 구하고자 하는 방법에 따라 면적이 다르게 나오기 때문이다.

만약 상합을 구하고자 하면 소구간에서 큰 값을 가지는 분할점을 합수값으로 정하고, 하합을 구하고자 한다면 소구간에서 작은 값을 가지는 분할점을 합수값으로 정해야 한다.

그리고 중간합은 소구간에서 중간값을 합수값으로 정해 높이를 계산하는 것이다.

예를 들어 아래 그림 2와 같이 ' x^2+10 ' 을 하함으로 면적을 계산하고자 할 때는 소구간 [0, 2]에서 ' x^2+10 '에 소구간 '0과 2'를 대입하여 작은 값인 0을 선택하여 높이를 구하고, 상합으로 면적을 계산하고자 할 때는 소구간 [0, 2]에서 ' x^2+10 '에 소구간 '0과 2'를 각각 대입하여 큰 값을 가지는 2를 선택하여 높이를 구한다. 중간합은 '0과 2' 사이의 중간인 '1'을 선택하여 합수값을 구하게 된다.



(그림 8) 본 시스템이 제안하는 보충학습의 예

4. 결 론

컴퓨터 대수 시스템을 기반으로 하는 수학용 웹 콘텐츠 저작환경은 이미 AcitveMath[6]나 WALLIS [3]와 같은 시스템에서 제공하고 있으나, 본 시스템은 교수자가 보다 쉽게 대량의 수학용 학습 콘텐츠를 생성할 수 있도록 컴퓨터 대수 시스템에 최적화 된 전용 콘텐츠 생성기를 포함하도록 개발되었다는 점에서 차이점을 갖는다. 이러한 차이는 교수자의 편의성과 효율성을 높여주어 양질의 교육 콘텐츠를 양산하는데 기존의 시스템보다 유리한 환경을 제공해 준다.

또한 베이지언 추론망을 활용한 학습자 모델을 통한 학습자 평가 모듈을 탑재하여 기존의 평가 방법이 가지고 있는 문제점을 보완하여 학습자에게 타당하고, 적합한 진단을 제공하여 줄 수 있을 뿐만 아니라, 진단결과를 토대로 학습자 각각에게 가장 적합한 개별적, 적응적 콘텐츠 제시가 가능한 적응적 이러닝 시스템으로 개발되었다.

특히 베이지언 추론망 학습자 모델을 웹과 연동시켜 즉각적이고 동적인 학습자 보고서를 생성해 낼수 있도록 한 결과는 앞서 소개한 이러닝 시스템 시스템들이 학습자 평가를 위해 베이지언 추론망을 쓰는것이 효과적이나 이를 구현하기 위해서 기술적으로 방법론적으로 어려움이 있어 적용하지 못하고 있는 현실적인 문제를 해결한 성과라 할 수 있다.

참 고 문 헌

- [1] 전영국. "Mathematica를 이용한 웹기반 미적분 모듈의 개발" 컴퓨터교육학회논문지, Vol.4 No.2, pp. 105-114. 2001.
- [2] Keehong Song. "Flash-Enabled User Interface For CAS." Workshop at ISSAC 2003.
- [3] Manolis Mavrikis & Antony Maciocia, "WALLIS: a Web-based ILE for Science and Engineering Students Studying Mathematics," Conference on Artificial Intelligence in Education 2003.
- [4] 박홍준, 전영국, 장문석, "컴퓨터 대수 시스템과 웹 연동 기술을 활용한 코스웨어 개발용 웹 매뉴얼 생성기," 컴퓨터교육학회논문지, 제8권 제5호, pp. 97-108. 2005.
- [5] 박홍준, 전영국, "수학용 웹기반 학습 매뉴얼 생성도구 phpMath의 개발," 제 24회 추계 수학교육학 논총, pp. 759-768. 2003.
- [6] Erica Melis, Eric Andres, Jochen Budenbender, Adrian Frischauf, George Goguadze, Paul Libbrecht, Martin P., Carsten Ullrich, "ActiveMath: A Generic and Adaptive Web-Based Learning Environment," International Journal of Artificial Intelligence in Education, 12, pp. 385-407. 2001.
- [7] Conati, C., & VanLehn, K.. "POLA: a student modeling framework for Probabilistic On-Line Assessment of problem solving performance," Fifth International Conference on User Modeling: Proceedings of the conference, pp. 75-82. 1996.
- [8] Gertner, A., Conati, C., and VanLehn, K., "Procedural help in Andes: Generating hints using a Bayesian network student model," Proceedings of the Fifteenth National Conference on Artificial Intelligence AAAI-98, pp. 106-111. 1998.
- [9] Mislevy, R.J., & Gitomer, D.H. "The role of probability-based inference in an intelligent tutoring system." User-Modeling and User-Adapted Interaction, 5, 253-282. 1996.
- [10] 김명화, "학습자의 인지진단 방법에 관한 연구 - 분수의 인지 과정 모델에 Bayesian 추론망 모델 적용," 박사학위 논문, 고려대학교. 1997.
- [11] Maria Moundridou, Maria Vivou, "Analysis and design of a Web-based authoring tool generation intelligent tutoring systems," Computers & Education 40, pp. 157-181. 2003.
- [12] Albert K. W. Wu, "Intelligent Tutoring System as Design," Computers in Human Behavior, Vol. 14, No. 2, pp. 209-220. 1998.
- [13] Julika Siemer, Marios C. Angelides, "A Comprehesive method for the evaluation of complete intelligent tutoring system," Decision support systems 22, pp. 85-102. 1998.
- [14] Waterloo Maple Inc.. 'Maple 9 Learn ing Guide,' 2003.
- [15] Oevel, Wehmeier and Gerhard. 'The MuPAD Tutorial.' SciFace Software GmbH & Co. 2002.
- [16] S. Buswell, S. Devitt, A. Diaz, N. Poppelier, B. Smith, N. Soiffer, R. Suter and S. Watt. "Mathematical Markup Language (MathML) 1.0 Specification," 1998.
- [17] Manolis Mavrikis, Antony Maciocia, Duncan Abela, John Lee, "User-centered Design & Development of an Applied Web-based ITS," Proceedings of the The 2rd IEEE International Conference on Advanced Learning Technologies, 2003.

박 흥 준



e-mail: hjpark@sunchon.ac.kr
 2002년 순천대학교 컴퓨터교육과(이학사)
 2005년 순천대학교 컴퓨터과학과
 (이학석사)
 2005년~현재 순천대학교 대학원
 박사과정

관심분야: AI, WBI, CAS, ITS, BIN



전 영 국

e-mail : ycjun@sunchon.ac.kr
1986년 수원대학교 수학과(이학사)
1990년 시카고주립대학교(수학과
이학석사)
1995년 일리노이대학교 어바나-샴페인
(교육학박사)

1996년~현재 순천대학교 사범대학 컴퓨터교육과 교수

관심분야 : 지능형교수시스템, WBI, HCI



장 문 석

e-mail: jang@sunchon.ac.kr
1983년 광운대학교 전자계산학과
(이학사)
1985년 광운대학교 전자계산학과
(이학석사)
1995년 광운대학교 전자계산학과
(이학박사)

1988년~현재 순천대학교 공과대학 컴퓨터공학과 교수

관심분야 : 인공지능, 운영체제, GIS