

하악 구조체 분석을 위한 다단계 최적 3 차원 유한 요소 형성

이 형 우[†] · 독 고 세 준^{††} · 이 성 환^{†††} · 김 창 현^{††††} · 김 태 윤^{†††††}

요 약

하악골(mandible)과 같은 3 차원 구조체에 대한 의학적 분석을 위해서는 구조체를 분석 가능한 유한 개의 요소로 재구성해야 한다. 3 차원 구조체에 대한 정보는 2 차원 MRI 횡단면을 통해 얻을 수 있다. 횡단면에서 구조체에 해당하는 부위를 추출한다. 추출된 부위에 삼각 분할을 적용하여 2 차원 유한 요소를 생성한다. 분할된 2 차원 유한 요소들을 공간상에서 서로 매칭(matching)하여 3 차원 유한 요소를 형성할 수 있다.

본 연구에서는 분할된 2 차원 유한 요소들이 지닌 인접 정보 특성을 통해 최적 3 차원 유한 요소를 형성하는 기법을 제안한다. 삼각 분할된 2 차원 유한 요소들이 지닌 인접 정보에 의해 동일 특성을 갖는 요소들로 분류한다. 분류된 2 차원 요소들에 다단계 매칭 알고리즘을 적용하여 최적의 3 차원 유한 요소를 형성한다. 형성된 3 차원 유한 요소에 대한 분석을 통해 3 차원 하악골 구조체에 대한 다양한 의학적 정보를 획득할 수 있다.

A Construction of the Multistep Optimal Three-Dimensional Finite Elements for the Mandible Structure Analysis

Hyung-Woo Lee[†] · Seh-Joon Dokko^{††} · Seong-Whan Lee^{†††} ·
Chang-Hun Kim^{††††} · Tai-Yun Kim^{†††††}

ABSTRACT

For the medical analysis of the three-dimensional structure such as the mandible, it is necessary to reconstruct the structure into the finite number of analyzable elements. The information of the three-dimensional structure can be obtained from the cross-sections of the magnetic resonance image (MRI). A region corresponding to the structure is extracted from the inner part of the cross-section. By the triangulation of the sampled cross-section image, two-dimensional finite elements are generated. Three-dimensional finite elements are constructed by matching the two-dimensional finite elements each other in space.

In this paper a construction method of the optimal three-dimensional finite elements has been suggested, which uses the adjacent information abstracted from the triangulated two-dimensional finite elements. The elements are classified into the identical property sets by using the adjacent information of the triangulated two-dimensional elements. After applying the multistep matching algorithm to the classified two-dimensional finite elements, the

† 준 회 원: 고려대학교 컴퓨터학과 박사과정
†† 준 회 원: 고려대학교 컴퓨터학과 석사과정
††† 정 회 원: 고려대학교 컴퓨터학과 부교수
†††† 정 회 원: 고려대학교 컴퓨터학과 조교수
††††† 총신회원: 고려대학교 컴퓨터학과 부교수

논문접수: 1996년 7월 2일, 심사완료: 1996년 8월 30일

optimal three-dimensional finite elements can be constructed. By analyzing the constructed finite elements, it is possible to get much more useful medical information about the three-dimensional structure of mandible.

1. 서 론

3 차원 구조체가 포함하고 있는 특성을 분석하기 위한 노력이 계속되고 있다. 분석을 위해서는 대상이 되는 3 차원 구조체를 분석 가능한 요소(element)들로 분할해야 한다. 분할된 3 차원 요소들간의 역학적 상관 관계 분석을 통해 본래의 3 차원 구조체에 대한 다양한 분석이 가능하다.

3 차원 구조체 중의 하나로 인체의 여러 부위를 생각할 수 있다. 인체의 각 부위 중 의학적 분석을 가장 많이 필요로 하는 분야 중의 하나는 치의학 분야이다. 치의학에서는 인체 부위를 크게 아래턱에 해당하는 하악골(the lower jawbone: mandible)과 위턱에 해당하는 상악골(the upper jawbone)로 구분한다. 하악골 부분은 다시 치아부(teeth)와 경질부(compact bone) 및 연질부(sponge bone)가 서로 복잡하게 연결되어 있는 3 차원 구조체이다. 하악골과 같은 3 차원 구조체는 무한 요소로 구성되어 있다. 의학적 분석을 위해 이러한 3 차원 구조체를 분석 가능한 유한 개의 3 차원 요소로 분할 형성하여야 한다. 분석 가능한 3 차원 유한 요소로 재구성함으로써 하악골에서 발생하는 세부적인 응력 분포를 분석할 수 있다. 응력 분포 분석을 통해 치의학적인 분석이 가능하다.

자기 공명 이미지(MRI: magnetic resonance image)는 인체의 3 차원 구조체를 2 차원 횡단면 이미지들로 분할한다[7, 10]. 따라서 MRI를 통해 분석하고자 하는 구조체에 대한 정보를 획득한다. 균일 간격으로 생성된 2 차원 MRI 횡단면 이미지는 의학적 정보 뿐만 아니라 구조체 단면 정보를 지니고 있다. 따라서 의학적 분석을 원하는 부분만을 MRI에서 추출해 낸다. 추출된 부분에 대해 삼각 분할 기법을 적용한다[8, 12, 13]. 분할된 삼각 요소들을 공간상에서 매칭시킨다. 매칭에 의해 본래의 3 차원 무한 요소를 유한개의 3 차원 요소로 근사화할 수 있다. 이는 본래의 구조체를 분석 가능한 3 차원 요소 형태로 재구성한 것이다.

본 연구에서는 분할된 2 차원 유한 요소들을 공간상에서 서로 매칭시켜 최적의 3 차원 유한 요소로 재

구성할 수 있는 기법을 제안한다. 2 차원 단면 정보를 분할하는 방법으로 사용된 삼각 분할법은 최적의 2 차원 유한 요소를 생성한다. 분할 생성된 2 차원 유한 요소들이 지닌 인접 정보 특성을 통해 최적 3 차원 유한 요소로 재구성하는 기법을 제안한다. 형성된 3 차원 유한 요소는 본래의 3 차원 구조체에 대해 다양한 분석이 가능한 자료를 제공한다는 장점이 있다.

2. 3 차원 구조체 분석

구조체에 하중이 가해지면 그 구조체에는 변형이 일어나게 되며, 이 변형에 따라 이 구조체에는 가해진 외력과 평형을 이루는 내부 응력이 발생한다. 이와 같이 외력에 대한 구조체의 변형과 응력 분포를 구하는 과정을 구조 해석이라 한다[14].

2.1 유한 요소법

분할 모델을 대상으로 한 수치 해석적 방법 중 가장 많이 사용되는 방법은 유한 요소법(FEM: finite element method)이다. 분할된 요소 내부에서 가정한 변위 혹은 응력에 따라 구성되는 행렬 방정식의 해를 구하는 방법이다.

실제의 구조물에 유한 요소 해석을 수행하고자 할 때 전처리, 분석 과정 및 후처리 과정으로 나뉜다. 전처리 과정은 사용자가 유한 요소 분석 과정에 필요한 유한 요소를 생성한다. 후처리 과정은 유한 요소 분석 결과를 다양한 형태로 출력하는 단계이다.

유한 요소 분석 과정 및 후처리 과정은 여러 시스템을 통해 구축되었다. 그러나 구조체에 대한 분석을 위해서는 효과적인 전처리 단계가 제공되어야 한다. 전처리 단계를 위해서는 3 차원 구조체를 분석 가능한 최적의 요소들로 분할할 수 있는 모델링 기법이 필요하다[14].

2.2 3 차원 구조체 분할

구조물을 유한 요소로 분할하는 과정은 구조체 해석을 위한 모델링 단계이다. 구조체 분할 과정 및 모델링 과정은 실제 구조물과 이에 작용하는 하중 등을

근사적으로 해석하기 위한 수치 해석 모델(numerical analysis model)로 재구성하는 과정이다. 구조체 분할의 주요 목적은 대상 구조체를 각 절점이 서로 연결된 유한 수의 요소들로 세분화하는 것이다. 요소들간에 발생하는 변형 정도를 측정하여 전체 구조체를 분석할 수 있다.

2.3 구조체 정보 획득 및 유한 요소 형성

MRI를 사용하여 균일한 간격으로 구조체에 대한 2차원 횡단면 이미지 데이터를 생성한다. MRI에서 유한 요소를 형성하고자 하는 부분에 대해서 외곽 부위에 있는 특징점을 선분으로 연결한다. 특징점을 추출하는 과정은 의학적 지식에 기반하여 선정한다. 특징점은 MRI에서 외곽 부위 중에서 급격히 변하거나 의학적 분석을 위해 필요한 부위가 된다. 특징점을 모두 연결하면 오목 다각형 또는 볼록 다각형의 닫힌 형태로 형성된다.

2차원 닫힌 폐곡선을 대상으로 삼각 분할을 수행한다. 2차원 닫힌 분할 방법으로 적용하는 삼각 분할 방법은 델리나이 삼각 분할(Delaunay triangulation)을 만족하도록 한다. 삼각 분할에 의해 각 단면에는 2차원 유한 요소가 분할 형성된다[12, 13].

생성된 2차원 삼각 유한 요소는 동일한 부위에 대해 분할되어야 하고 의학적 구조 지식을 필요로 한다. 인간의 하악골인 경우 치아부, 경질부 및 연질부가 서로 연결되어 있는 구조이다. 그러므로 하악골에서 동일한 부위에 대해 분할된 2차원 유한 요소들이 서로 매칭되어 하나의 3차원 유한 요소를 형성하여야 한다.

k번째 MRI 횡단면에서 분할된 삼각 유한 요소 집합 E_k 는

$$E_k = \sum_{s=1}^n T_k^{(s)}, (n = \text{number of 2D finite elements})$$

와 같이 정의할 수 있다. 이때 2차원 삼각 유한 요소인 $T_k^{(s)}$ 는 세 점들의 집합 또는 선분들의 집합으로 정의할 수 있다.

$$T_k^{(s)} = \{P_k^{(s)1}, P_k^{(s)2}, P_k^{(s)3}\}$$

$$L_k^{(s)} = \{L_k^{(s)1}, L_k^{(s)2}, L_k^{(s)3}\}$$

$$P_k^{(s)m} = (X_k^{(s)m}, Y_k^{(s)m}) \text{ 단, } m = 1, 2, 3.$$

$$L_k^{(s)m} = \{P_k^{(s)(n \bmod 3)}, P_k^{(s)(n+1) \bmod 3}\} \text{ 단, } n = 1, 2, 3.$$

k번째 횡단면에서 분할된 유한 요소 집합 E_k 와 k+1번째 횡단면에서 분할된 유한 요소 집합 E_{k+1} 이 있다고 가정하자. 집합 E_k 와 E_{k+1} 에 속한 유한 요소들을 공간 상에서 매칭하게 된다. 매칭된 두 2차원 삼각 유한 요소는 공간상에서 하나의 3차원 유한 요소를 형성하게 된다.

3. 기존 연구의 문제점

기존의 관심 분야는 3차원 구조체에 대한 시각적인 3차원 형상을 효율적으로 구성하기 위한 방법이 있었다. 단면들로부터 본래의 3차원 외곽 형상을 재구성하는 방법이 중점 연구 방향이었다[6, 10, 12, 13]. 그러나, 이러한 외곽 형상은 구조체에 대한 세부적인 분석은 불가능하다. 분석을 위해서는 구조체 내부가 분할되어야 한다.

구조 분석을 위한 기존의 내부 분할 형성하는 방법은 기하학적으로 부적합한 3차원 유한 요소 구조체 데이터를 생성할 수 있다. 형성된 3차원 요소들 간에 겹침이 발생할 수 있다. 또한 분할된 3차원 요소들 사이에 빈 공간이 발생할 수 있다. 따라서 전체적인 유한 요소 분석에 많은 오차를 유발한다는 단점이 있다.

인간의 수작업에 의한 3차원 요소 형성을 최소화하고, 본래의 구조체에 가까운 최적의 3차원 유한 요소로 분할 형성하기 위한 방법이 필요하다. 균일한 간격으로 분할 생성된 2차원 유한 요소들을 공간상에서 자동화 루틴에 의해서 형성할 수 있는 방법이 필요하다.

자동화 루틴으로 고려할 수 있는 것은 분할된 2차원 삼각 유한 요소들 간의 매칭 가능성에 대한 우선 순위를 부여하는 방식이다[9]. 두 삼각 유한 요소에서 무게 중심점간의 거리가 짧을 수록 높은 매칭 우선 순위를 부여한다. 무게 중심간 거리를 기반으로 한 매칭 우선 순위 방식은 간단하다는 장점이 있다. 그러나, 3차원 요소 분할 형성 시에 구조체의 기하학적 형태를 고려하지 못한다는 단점이 있다. 분할 형성된 3차원 유한 요소에서 꼬임이 발생하거나 기하학적인

로 부적합한 요소를 생성할 수 있다.

이러한 문제점을 보완하기 위해 복합 우선 순위 부여 방식을 적용할 수 있다. 무게 중심간의 거리 이외에 삼각형의 크기, 형태 등을 기준으로 전체적인 우선 순위를 결정하는 방식이다. 이와 같은 방식은 단일 조건을 통해 우선 순위를 부여하였을 경우보다 최적합 유한 요소를 형성할 가능성이 높다. 그러나, 적용되는 복합적인 우선 순위 조건들 간에 가중치 결정 결과에 따라 분할 형성된 3 차원 유한 요소가 서로 다를 수 있다.

물론 두 MRI에서 추출된 주요 관심 부위가 급격한 변화를 보이는 경우에는 본 연구를 포함한 기존의 연구에서 아직까지 해결하지 못한 부분이다. 동일 부위에 대해서 급격한 변화를 보일 경우에는 전체적으로 부적합한 형태가 발생하는 것은 피할 수 없다. 그러나, 대부분의 MRI는 서로 유사한 형태의 단면 정보를 포함하고 있다. 극히 일부분에서의 조정 작업을 통해서 급격히 변하는 부위에 대한 매칭 문제를 해결할 수 있다.

4. 최적 유한 요소 형성 기법

본 연구에서는 이러한 문제점을 해결하기 위한 방법으로 분할된 2 차원 유한 요소들에서의 인접 정보를 사용하여 최적 3 차원 유한 요소를 형성하는 방법을 제안한다.

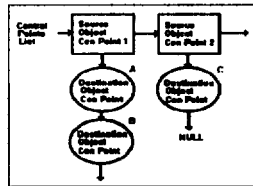
2 차원 삼각 유한 요소를 구성하는 변과 노드는 다른 하나의 삼각 유한 요소와 변 및 노드를 공유할 수 있다. 분할된 하나의 삼각 유한 요소는 최대 세 개의 주변 인접 삼각 유한 요소들과 변을 공유할 수 있다. 이와 같이 분할된 삼각 유한 요소간에 서로 공유하고 있는 기하학적 인접 특성을 활용하여 전체적으로 최적의 3 차원 유한 요소를 형성할 수 있다.

본 연구에서는 2 차원 단면에서 분할된 삼각 유한 요소들 간의 인접 정보 특성에 따라 요소들을 다단계로 분류한다. 동일 특성을 지닌 집합에 속하는 삼각 유한 요소들 간에 우선 순위를 기반으로 한 매칭을 수행한다. 이와 같은 동일 특성 다단계 매칭 방식은 단일 단계를 통해 3 차원 유한 요소 매칭 결과를 얻는 것 보다 기하학적 오류를 줄일 수 있다. 결과적으로 구조체를 최적화된 3 차원 유한 요소로 재형성할 수

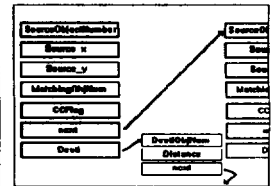
있다는 장점이 있다.

4.1 요소간 매칭 우선 순위 설정

두 2 차원 단면 이미지에서 삼각 분할법에 의해서 각각 분할된 2 차원 유한 요소들이 있다. 분할된 요소들 간에 매칭되어 3 차원 유한 요소를 형성할 수 있는 가능성에 대한 척도가 필요하다. 분할된 삼각 유한 요소들에는 고유 번호가 부여된다. 분할된 2 차원 삼각 유한 요소는 세 꼭지점으로 구성되어 있다. 삼각형의 무게 중심점을 삼각형의 대표점으로 한다. 두 2 차원 이미지에서 분할된 삼각형들의 중심점들을 구한다. 구해진 삼각형의 중심점들 간의 거리를 중심으로 가까운 거리에 높은 매칭 우선 순위를 부여한다. 이러한 우선 순위에 기반한 매칭 판별 리스트를 형성한다(그림 1, 2).

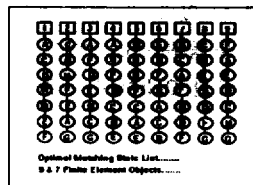


(그림 1) 매칭 판별리스트 (Fig. 1) Decision List

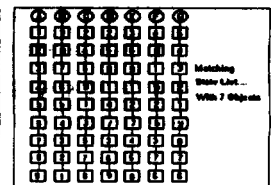


(그림 2) 내부 구조도 (Fig. 2) Inner Structure

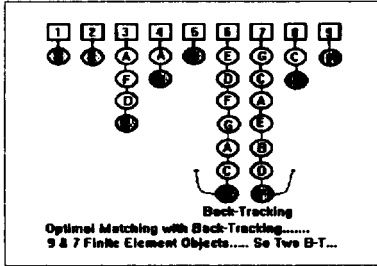
이미 다른 유한 요소에 의해서 선점되어 있는 경우는 이미 선점하고 있는 유한 요소 성분과 현재 유한 요소간의 우선 순위를 비교한다. 우선 순위가 낮은 유한 요소는 매칭을 위해 다음 노드로 확장한다. 더 이상 확장할 수 없는 경우는 최상위 유한 요소로 백트래킹(back-tracking) 한다.



(그림 3) 아홉 요소일 경우 (Fig. 3) 9 Elements List



(그림 4) 일곱 요소일 경우 (Fig. 4) Elements List



(그림 5) 우선 순위 기반 매칭
(Fig. 5) Priority-Based Matching

그림 3과 그림 4는 요소가 각각 아홉 개 및 일곱 개로 분할된 경우 형성된 우선 순위 기반 판별 리스트이다. 판별 리스트에 의해서 최적의 매칭을 찾는 과정을 나타낸 것이다. 단일 우선 순위만을 기반으로 한 매칭을 수행한 결과 두 요소에서 백트래킹이 발생한다(그림 5).

4.2.2 차원 유한 요소에서의 인접 정보 특성 추출

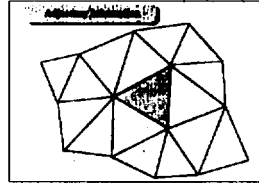
본 연구에서는 우선 순위 기반 판별 리스트와 더불어 2 차원 단면에서 분할된 유한 요소의 인접 정보 리스트 및 동일 특성 리스트를 구축한다.

(1) 인접 정보 리스트 형성: 하위 레벨 특성 추출

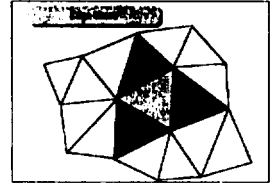
삼각 분할된 2 차원 유한 요소들은 인접한 유한 요소들과 인접 정보를 포함하고 있다. 이와 같은 공유 정보를 통해 2 차원 유한 요소들 간의 인접 정보를 추출할 수 있다.

하위 레벨 인접 정보 특성을 추출한다. 단면에서 분할된 요소들의 기하학적 특성은 다음과 같다. 두 2 차원 삼각 유한 요소가 공유점을 갖고 있지 않을 경우, 한 점을 공유하고 있는 경우(그림 8) 및 두 점을 공유하고 있는 경우로 구분할 수 있다. 두 점을 공유하고 있는 경우는 하나의 에지를 공유하고 있다고 할 수 있다(그림 7). 결국 두 삼각 유한 요소에서 서로 공유하는 노드의 수에 의해서 인접 특성을 추출할 수 있다.

이와 같은 주변 유한 요소와의 연결 형태(connection type)에 따라 그림 9와 같은 분류 함수 $f_{cr}(T_k^{(m)}, T_k^{(n)})$ 를 정의할 수 있다.

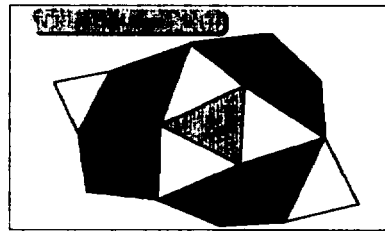


(그림 6) 삼각 유한 요소



(그림 7) 변 공유 유한 요소

(Fig. 6) Triangulated Elements (Fig. 7) A Element of Edge Sharing



(그림 8) 노드 공유 유한 요소

(Fig. 8) A Element of Node Sharing

$$T_k^{(m)} \in E_k \text{ AND } T_k^{(n)} \in E_k \text{ 일때}$$

$$\text{If } (T_k^{(m)} \cap T_k^{(n)}) \subset (L_k^{(m)} \text{ or } L_k^{(n)})$$

$$\text{Then } f_{cr}(T_k^{(m)}, T_k^{(n)}) = \text{EdgeShare,}$$

$$\text{If } (T_k^{(m)} \cap T_k^{(n)}) \subset (P_k^{(m)} \text{ or } P_k^{(n)})$$

$$\text{Then } f_{cr}(T_k^{(m)}, T_k^{(n)}) = \text{NodeShare,}$$

$$\text{If } (T_k^{(m)} \cap T_k^{(n)}) = \emptyset$$

$$\text{Then } f_{cr}(T_k^{(m)}, T_k^{(n)}) = \text{HasNoConnection.}$$

(그림 9) 요소 분류 함수

(Fig. 9) A Function of Element Classification

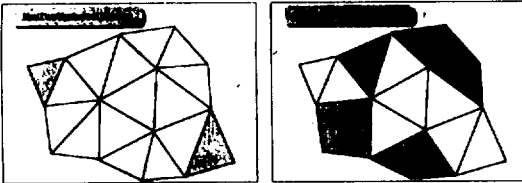
또한 연결 형태 함수 $f_{cr}(T_k^{(m)}, T_k^{(n)})$ 를 통해 인접 정보 리스트를 형성할 수 있다.

(2) 동일 특성 요소 리스트 형성: 상위 레벨 특성 추출

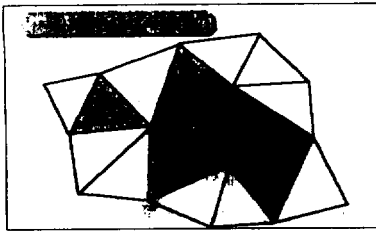
인접 정보 리스트를 검색하여 각각의 2 차원 유한 요소에 대한 상위 레벨 특성을 추출할 수 있다. 임의의 2 차원 삼각 유한 요소에 대해 형성된 인접 정보

리스트를 활용하여 기하학적 위치 관계를 결정할 수 있다.

분할된 삼각형은 크게 세 가지 기하학적 위치관계로 나눌 수 있다. 인접 삼각형과 하나의 변을 공유한 형태가 있다. 하나의 변만을 다른 삼각형과 공유한 형태이므로 나머지 두 변은 외곽변이 된다(그림 10). 인접 삼각형들과 두 개의 변을 공유한 형태가 있다. 두 변을 다른 삼각형과 공유한 형태이므로 나머지 한 변은 외곽변이 된다(그림 11). 마지막 형태로는 세 변을 모두 다른 인접 삼각형들과 공유한 형태가 있다. 이와 같은 경우는 외곽변을 갖지 못하게 된다(그림 12). 단 이와 같은 분류는 2 차원 유한 요소가 하나의 삼각형만으로 분할된 형태를 제외했다.



(그림 10) 두 개의 비공유 외곽변 (그림 11) 하나의 비공유 외곽변
(Fig. 10) Two Unshared Edges (Fig. 11) One Unshared Edge



(그림 12) 비공유 변이 없다
(Fig. 12) No Unshared Edge

이와 같은 특성은 그림 13과 같은 요소 특성 추출 함수 $f_{prop}(T_k)$ 로 정의할 수 있다.

특성 추출 함수 $f_{prop}(T_k)$ 에 의해 동일 특성 매칭 리스트를 형성할 수 있다. 분할된 유한 요소들의 기하학적 위치 관계를 추출하여 동일 특성 요소들로 다단계 분류할 수 있다.

같은 성질의 기하학적 위치 관계를 갖는 삼각 유한 요소들에 우선 순위를 적용하여 공간상에서 매칭하

$T_k \in E_k$ 인 임의의 T_k 에 대해

If $n(f_{CT}(T_k, E_k) \equiv EdgeShare) = 1$
Then $f_{prop}(T_k) = HasTwoUnsharedOutEdge.$

If $n(f_{CT}(T_k, E_k) \equiv EdgeShare) = 2$
Then $f_{prop}(T_k) = HasOneUnsharedOutEdge.$

If $n(f_{CT}(T_k, E_k) \equiv EdgeShare) = 3$
Then $f_{prop}(T_k) = HasNoOutEdge.$

(그림 13) 요소 특성 추출 함수
(Fig. 13) A Function of Property Extraction

면 3 차원 유한 요소를 형성하게 된다. 3 차원 요소를 형성하는 다단계 최적 매칭 알고리즘은 다음과 같다.

4.3 다단계 최적 매칭 알고리즘

3 차원 유한 요소 형성을 위한 최적화 알고리즘은 부위별로 삼각 분할된 2 차원 삼각 유한 요소 정보를 사용하여 동일 인접 정보 특성을 갖는 유한 요소들 간의 다단계 최적 매칭을 수행한다. 매칭되지 않고 남아 있는 유한 요소들을 다시 최종적으로 매칭시키는 방식이다. 제안한 최적화 알고리즘을 사용하여 분

Optimal_Matching_Process
 Loop for the Same Region
 Calculate_Mean_Central_Point in E_k & E_{k+1}
 Calculate_the_Distance_between E_k & E_{k+1}
 Doing Interpolation according to the Distance of Mean_Central_Point
 Construct_Priority_Based_Matching_Decision_List from E_k & E_{k+1}
 Construct_Adjacency_Information_List in E_k & E_{k+1}
 : Use Function f_{scr}
 : Call this List as $A_List(E_k)$ & $A_List(E_{k+1})$
 Construct_Same_Property_Matching_List in $A_List(E_k)$ & $A_List(E_{k+1})$
 : Use Function f_{prop}
 : Call this List as $SP_List(E_k)$ & $SP_List(E_{k+1})$
 Multistep_Matching_Processes from $SP_List(E_k)$ to $SP_List(E_{k+1})$
 : Direction 1
 Multistep_Matching_Processes from $SP_List(E_{k+1})$ to $SP_List(E_k)$
 : Direction 2
 Local_Optimal_Matching_Test
 ResultPassing according to Local Matching Result
 End of Loop

(그림 14) 다단계 최적 매칭 알고리즘
(Fig. 14) Multistep Optimal Matching Algorithm

할된 두 2 차원 유한 요소들을 서로 연결하면 하나의 3 차원 유한 요소가 형성된다. 매칭 되는 2 차원 유한 요소의 형태는 삼각 유한 요소와 삼각 유한 요소, 삼각 유한 요소와 한 점의 두 가지 형태가 존재한다. 다 단계 최적 3 차원 유한 요소 형성 알고리즘은 그림 14 와 같다.

분할된 요소들 간의 위치 보간을 수행한다. 보간 후에 우선 순위 리스트를 형성한다. 분할된 요소들에서 인접 정보 리스트를 구축한다. 구축된 인접 정보 리스트를 통해 동일 특성 요소들을 추출한다. 추출된 동일 특성 요소들 간에 다단계 지역 최적 매칭을 수행한다. 이와 같은 과정을 구조체의 모든 부위에 대해 반복 적용한다.

다단계 최적화를 위한 지역 최적화 루틴은 그림 15 와 같다. 동일 특성을 갖는 요소들 간의 국부적 최적화 매칭을 통해 전체적으로 최적의 3 차원 유한 요소를 형성할 수 있는 기반을 제공한다. 우선 순위에 기반하여 매칭을 수행한 결과에 따라 최적화 과정을 반복한다.

```

Local_Optimal_Matching_Test
Loop
  If( (PreTri Matching Type ==
    ONE_TO_ONE_MATCHING) &&
    (ProTri Matching Type ==
    ONE_TO_ONE_MATCHING) )
    If Matching Connection is NOT Adapted
      Cancel the Matching Connection
    Else
      Confirm Matching Result
      go next PreTri list
  While end of Element list
    
```

(그림 15) 지역 최적화 알고리즘
(Fig. 15) Local Optimization Algorithm

4.4 3 차원 유한 요소 형성

본 연구에서 제안한 알고리즘에 의해 3 차원 유한 요소를 형성할 수 있다. 균일 간격의 두 단면 정보에서 최적 매칭이 결정된 두 삼각 유한 요소를 연결하게 된다. 연결된 두 삼각 유한 요소는 3 차원 유한 요소를 형성한다. 그러나, 삼각 분할된 요소들간의 매칭을 형성하지 못한 요소는 삼각형 형태의 3 차원 요소가 된다.

두 2 차원 요소들이 하나의 3 차원 유한 요소를 형성할 경우 3 차원 유한 요소를 형성하는 노드들의 순

서를 자동적으로 결정하는 루틴이 필요하다. 그 이유는 저장된 노드들의 순서에 의해 3 차원 유한 요소의 형태가 결정되기 때문이다.

(1) 3 차원 삼각 기동 유한 요소 형성

3 차원 유한 요소법을 위해서는 일정한 형태로 3 차원 유한 요소를 형성해야 한다. 동일 평면상에서 하나의 요소를 구성하는 삼각 유한요소는 일정한 방향성을 유지해야 한다. 그 이유는 정확한 유한 요소 분석을 위해서 필요 사항이다.

제안한 다단계 최적화 알고리즘에 의해 집합 E_k 와 E_{k+1} 에서 매칭이 결정된 두 삼각 유한 요소 $T_k^{(U)}, T_{k+1}^{(V)}$ 가 있다고 하자. 매칭이 결정된 두 삼각 유한 요소를 연결하면 하나의 3 차원 삼각 기동 유한 요소를 형성하게 된다. 두 삼각 유한 요소의 기하학적 특성인 $f_{Prop}(T_k^{(U)})$ 및 $f_{Prop}(T_{k+1}^{(V)})$ 에 따라 분류할 수 있다.

삼각 유한 요소 $T_k^{(U)}$ 와 $T_{k+1}^{(V)}$ 가 *HasTwoUnsharedOutEdge*의 특성을 갖는 경우, $T_k^{(U)}$ 에서 외곽 노드 $R_k^{(U)}$ 은 E_k 에서 유일하고, $T_{k+1}^{(V)}$ 에서 외곽 노드 $P_{k+1}^{(V)}$ 은 E_{k+1} 에서 유일하다는 성질을 이용하여 외곽 특징 점 $P_k^{(U)}$ 와 $P_{k+1}^{(V)}$ 를 연결한 3 차원 유한 요소를 형성한다.

최외곽 Vertex를 찾아서 이 점을 중심으로 반시계 방향으로 점들의 저장 순서를 변경한다. 변경된 저장 순서에 따라서 두 2 차원 유한 요소들을 연결하여 하나의 3 차원 유한 요소를 형성한다. 즉, $f_{Prop}(T_k) \equiv HasTwoUnsharedOutEdge$ 일 경우 매칭이 결정된 두 유한 요소 $T_k^{(U)}, T_{k+1}^{(V)}$ 에서 그림 16과 같이 형성한다.

인접 유한 요소들과 비공유한 변이 하나 있는 경우에는 외곽변을 형성하는 두 점을 제외한 나머지 한

```

If  $f_{Prop}(T_k^{(U)})$  &  $f_{Prop}(T_{k+1}^{(V)})$  is HaveTwoUnsharedOutEdge
Then
  OutPoint  $P_k^{(U)}$  is Unique in  $E_k$  when  $P_k^{(U)} \in T_k^{(U)}$ 
  OutPoint  $P_{k+1}^{(V)}$  is Unique in  $E_{k+1}$  when  $P_{k+1}^{(V)} \in T_{k+1}^{(V)}$ 
  ∴ Connect  $P_k^{(U)}$  AND  $P_{k+1}^{(V)}$ 
  → Construct 3D Finite Element with Two Triangles
    
```

(그림 16) 3 차원 유한 요소 자동 형성(1)
(Fig. 16) Automatic Generation of Elements(1)

점을 중심으로 점들의 저장 순서를 결정한다. 즉, $f_{Prop}(T_k) \equiv HasOneUnsharedOutEdge$ 일 경우 형성 방법은 그림 17과 같다.

If $f_{Prop}(T_k^{(U)})$ & $f_{Prop}(T_{k+1}^{(V)})$ is *HaveOneUnsharedOutEdge*
 Then
 OutEdge $L_k^{(U)}$ is Unique in E_k when $L_k^{(U)} \in T_k^{(U)}$
 OutEdge $L_{k+1}^{(V)}$ is Unique in E_{k+1} when $L_{k+1}^{(V)} \in T_{k+1}^{(V)}$
 \therefore Connect $P_k^{(U)}$ AND $P_{k+1}^{(V)}$
 \rightarrow Construct 3D Finite Element with Two Triangles
 here $P_k^{(U)} \in T_k^{(U)}$, $P_{k+1}^{(V)} \in T_{k+1}^{(V)}$
 But $P_k^{(U)} \notin L_{k+1}^{(V)}$, $P_{k+1}^{(V)} \notin L_k^{(U)}$

(그림 17) 3 차원 유한 요소 자동 형성(2)
 (Fig. 17) Automatic Generation of Elements(2)

마지막으로, $f_{Prop}(T_k) \equiv HasNoOutEdge$ 일 경우에는 매칭이 결정된 주변 매칭 정보를 활용한다. $T_k^{(U)}$ 와 인접해 있으면서 이미 매칭이 형성된 인접 매칭 정보 집합

$$\{(T_k^{(U)}, T_{k+1}^{(V)}), (T_k^{(U, 2)}, T_{k+1}^{(V, 2)}), (T_k^{(U, 3)}, T_{k+1}^{(V, 3)})\}$$

을 통해 3 차원 삼각 기둥 유한 요소를 형성한다.

(2) 3 차원 삼각뿔 유한 요소 형성

두 삼각 유한 요소간의 일대일 매칭이 형성되지 못한 삼각 유한 요소가 있다. 이 경우 삼각 유한 요소와 다른 단면에서 있는 삼각 유한 요소의 한 노드를 연결한 3 차원 삼각뿔 유한 요소가 형성된다. 이때 가장 중요시할 것은 매칭 된 주변 3 차원 유한 요소들과 겹침이 발생하지 않도록 하는 것이다. 겹침을 방지하기 위해서는 2 차원 삼각 유한 요소 중에서 이미 3 차원 유한

If $((T_{k+1}^{(V1)} \cap T_{k+1}^{(V2)} \cap T_{k+1}^{(V3)}) \supset P_{k+1}^{(V)})$ AND $(T_{k+1}^{(V)} \supset P_{k+1}^{(V)})$
 Then Construct 3D Finite Element with $T_k^{(U)}$ and $P_{k+1}^{(V)}$

(그림 18) 3 차원 유한 요소 자동 형성(3)
 (Fig. 18) Automatic Generation of Elements(3)

요소를 형성한 주변 인접 유한 요소간의 매칭 정보를 활용한다. $T_k^{(U)}$ 와 인접하면서 매칭이 형성된 정보 집합 $\{(T_k^{(U, 1)}, T_{k+1}^{(V, 1)}), (T_k^{(U, 2)}, T_{k+1}^{(V, 2)}), (T_k^{(U, 3)}, T_{k+1}^{(V, 3)})\}$ 에서 그림 18과 같이 정리할 수 있다.

이와 같이 이미 매칭된 인접 유한 요소 정보를 통해 삼각뿔을 형성할 꼭지점을 결정하는 방식은 3 차원 공간상에서 분할 생성된 3 차원 유한 요소의 적합성 판단을 위해 필요하다.

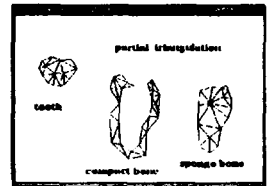
5. 실험 결과 및 평가

5.1 실험 결과

본 연구에서는 하악골에 대해 2mm 간격으로 균일하게 생성된 MRI 단면 정보를 대상으로 하였다. MRI 단면 정보에서 구조체 부위에 해당하는 부분을 취한다. 하악 부위에 해당하는 부위에 대해 삼각 분할을 적용한다. 그림 20은 52 번째 MRI 그림 19에서 하악골 부위만을 대상으로 부위별 삼각 분할한 결과이다.



(그림 19) 52번째 MRI 정보
 (Fig. 19) 52th MRI



(그림 20) 부위별 삼각 분할
 (Fig. 20) Sectional Triangulation

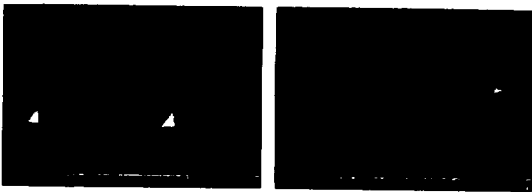
각각의 2 차원 단면에서 생성된 삼각 유한 요소들을 본 연구에서 제안하는 알고리즘을 적용한다. 분할된 요소들간의 최적 매칭을 위해 우선 순위 및 인접 정보 특성을 복합 적용한다. 부위별로 분할된 2 차원 유한 요소들의 인접 특성 및 요소의 기하학적 특성에 따라 동일 특성을 갖는 요소들을 매칭한다. 부위별 최적 매칭을 찾는 과정을 반복한다. 그림 21과 그림 22는 하악골 중 경질부에 대한 2 차원 유한 요소 최적 매칭 과정이다.

최적의 매칭이 결정되면 최종적으로 3 차원 유한 요소를 형성한다. 그림 23과 그림 24는 삼각 기둥 및 삼각뿔 3 차원 유한 요소를 자동으로 형성하는 과정



(그림 21) 다단계 매칭
(Fig. 21) Multistep Matching

(그림 22) 최적 매칭
(Fig. 22) Optimal Matching



(그림 23) 매칭된 주변 정보 (그림 24) 요소 자동 형성
(Fig. 23) Pre-Matching Information (Fig. 24) Automatic Generation

이다.

매칭 단계에서 요소들의 매칭 상태를 색으로 분류하였다. 이는 3 차원 요소 형성의 정확도를 확인하고 오류를 제거하기 위해 필요하다.

이와 같은 과정을 80여 장의 MRI 단면 정보들에 대해 적용한다. 최종적으로 인간의 하악골에 대한 전체적인 3 차원 유한 요소를 형성할 수 있었다.

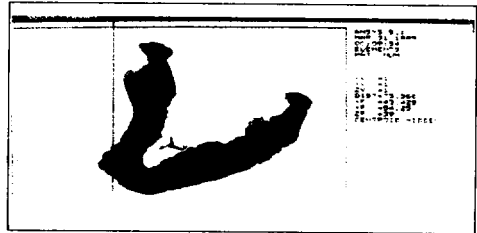
5.2 분석 및 평가

유한 요소 분석을 위한 패키지로 가장 많이 사용되는 시스템으로 ANSYS가 있다. 본 연구에서 형성한 하악골에 대한 3 차원 유한 요소 데이터를 ANSYS에서 분석한 결과는 아래 그림과 같다. 하악골과 연결



(그림 25) 하악골 내부 응력 분포 분석 I
(Fig 25) Analysis of Stress in Mandible (I)

된 근육 부위를 가상적으로 형성하기 위해 경계 조건을 부여한다. 여기에 가상적인 외력을 가한다. 그 결과 구조체 부분별로 나타나는 내부 응력 분포를 색으로 출력하면 그림 25, 그림 26과 같다.



(그림 26) 하악골 내부 응력 분포 분석 II
(Fig. 26) Analysis of Stress in Mandible (II)

결과 분석을 통해 3 차원 하악 구조체에 대한 부위별 응력 분포 분석이 가능하다. 이러한 내부 응력 분포는 본래의 3 차원 하악 구조체에 대한 연구가 가능하였다.

6. 결 론

2 차원 단층 정보에서 구조체에 해당하는 부분을 추출하여 2 차원 유한 요소로 삼각 분할하였다. 본 연구에서는 생성된 2 차원 유한 요소들의 인접 정보를 이용하여 다단계 최적 3 차원 유한 요소로 재구성하는 기법을 제안하였다. 제안한 기법은 2 차원 유한 요소들의 매칭 우선 순위와 인접 정보를 결합한 형태이다. 유한 요소들의 주변 인접 정보의 특성에 따라 요소들을 다단계로 분류하였다. 다단계 3 차원 유한 요소 형성 과정을 통해 구조체에 대한 최적 요소 분할이 가능하였다. 생성된 3 차원 유한 요소는 삼각 기둥과 삼각뿔의 두 가지 형태이다. 분할된 유한 요소들의 인접 특성에 따라 형성 방법을 자동화하였다.

본 연구는 인간의 하악골과 같이 복잡한 형태의 3 차원 구조체를 대상으로 실험하였다. 3 차원 유한 요소로 분할하는 방법으로 본 연구에서 제안한 기법은 하악 구조체에 대한 다양한 분석이 가능한 데이터를 생성하였다.

제안한 기법은 치의학 분야 이외에도 광범위한 분

야에 적용될 수 있을 것으로 생각된다. 실세계에 존재하는 3 차원 구조물 또는 기계 부품에 대한 분석 분야에도 적용 가능하다.

앞으로의 연구 방향은 동적 우선 순위를 부여하는 방법이다. 매칭이 진행되는 과정에 따라 적합한 우선 순위를 부여하는 방법에 대한 연구가 필요할 것이다. 주변 인접 요소들에서의 매칭 결과에 따라 변경된 우선 순위를 부여할 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

[1] Mehran Moshfeghi, Surendra Ranganath and Ken Nawyn, "Three-Dimensional Elastic Matching of Volumes," IEEE Transactions on Image Processing, Vol. 3, No. 2, pp. 128-138, March 1994.

[2] Ardeshir Goshtasby, "Piecewise Linear Mapping Functions for Image Registration," Pattern Recognition, pp. 459-465, 1987.

[3] Dan Gordon and Jayaram K. Udupa, "Fast Surface Tracking in Three-Dimensional Binary Images," Computer Vision, Graphics, and Image Processing, Vol. 45, pp. 196-214, 1989.

[4] Hideo Ogawa, "Labeled Point Pattern Matching by Delaunay Triangulation and Maximal Cliques," Pattern Recognition, pp. 35-40, 1986.

[5] Homer H. Chen, Thomas S. Huang, "Using Motion from Orthographic Views to Verify 3-D Point Matches," IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 13, No. 9, pp. 872-878, September 1991.

[6] Jean-Daniel Boissonnat, Inria, "Geometric Structures for Three-Dimensional Shape Representation," ACM Transactions on Graphics, Vol. 3, No. 4, pp. 266-286, October 1984.

[7] John Danilo Cappelletti, Azriel Rosenfeld, "Three-Dimensional Boundary Following," Computer Vision, Graphics, and Image Processing, Vol. 48, pp. 80-92, 1989.

[8] Nickolas Sapidis and Renato Peracchio, "Delaunay triangulation of arbitrarily shaped planar domains,"

Computer Aided Geometric Design 8, pp. 421-437, 1991.

[9] Robert Sedgewick, Algorithms, 2nd Ed., p. 650, Addison Wesley, 1988.

[10] Wei-Chung Lin and Shiuh-Yung Chen, "A New Surface Interpolation Technique for Reconstructing 3D Objects from Serial Cross-Sections," Computer Vision, Graphics, and Image Processing, Vol. 48, pp. 124-143, 1989.

[11] Whoi-Yul Kim, Avinash C. Kak, "3-D Object Recognition Using Bipartite Matching Embedded in Discrete Relaxation," IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 13, No. 3, pp. 224-251, March 1991.

[12] L. Paul Chew, "Guaranteed-Quality Triangular Meshes," Department of Computer Science Tech Report TR 89-983, Cornell University, 1989.

[13] S. A. Mitchell and S. A. Vavasis, "Quality Mesh Generation in Three Dimensions," Department of Computer Science Tech Report TR 92-1267, Cornell University, 1992.

[14] 최창근, 유한 요소 해석, p.595, 집문당, 서울, 1992.



이 형 우

1994년 고려대학교 전산과학과 학사
 1996년 고려대학교 전산과학과 석사
 1996년~현재 고려대학교 컴퓨터학과 박사과정 재학중.
 1995년 한국정보처리학회 우수 논문상 수상.

관심분야: 멀티미디어, 네트워크, 컴퓨터 보안 등



독 고 세 준

1995년 고려대학교 전산과학과 학사
 1995년~현재 고려대학교 컴퓨터학과 석사과정 재학중.
 1995년~현재 고려대학교 기초과학연구소 연구조원.

관심분야: 멀티미디어, 컴퓨터네트워크, ATM, 컴퓨터

및 통신 보안 등



이 성 환

- 1984년 서울대학교 계산통계학과 학사
- 1986년 한국과학기술원 전산학과 석사
- 1989년 한국과학기술원 전산학과 박사
- 1989년~1994년 충북대학교 컴퓨터학과 조교수

1995년~현재 고려대학교 컴퓨터학과 부교수
관심분야: 패턴 인식, 영상 처리, 신경망 등



김 창 현

- 1979년 고려대학교 학사
- 1993년 Tsukuba대학교 전자·정보공학 박사
- 1981년~1993년 한국과학기술연구원 선임연구원
- 1993년~1995년 한국과학기술연구원 책임연구원

1989년~1990년 Tokyo Institute of Technology 객원연구원

1983년~1995년 충남대학교 컴퓨터공학과 겸임교수
1995년~현재 고려대학교 컴퓨터학과 조교수
관심분야: 컴퓨터 그래픽스, 가상현실 등



김 태 윤

- 1981년 고려대학교 산업공학과 학사
- 1983년 미국 Wayne State University 전산과학과 석사
- 1987년 미국 Auburn University 전산과학과 박사
- 1988년~현재 고려대학교 컴퓨터학과 부교수

관심분야: 컴퓨터 그래픽스, 컴퓨터 네트워크, EDI 시스템, ISDN, 이동통신, 위성통신 등