

# 스플라인을 이용한 기하학 형태 매칭방법

박 철 호<sup>†</sup> · 심 재 흥<sup>††</sup>

## 요 약

특정한 부분에 정확성을 가지는 기하학 형태인식은 이미지 분석 응용에서 중요하게 다루어져 왔다. 또한, 부분적 혹은 변형된 모양을 재증화하는 새로운 접근방법에 대한 연구가 계속되고 있다. 그러므로 본 논문에서는 자유형태의 부드러운 곡선을 생성하는데 용이한 스플라인 공식들을 이용하여 새로운 기하학 형태 매칭 접근 방법을 제안한다. 이와 같은 방법에서, 여러개의 스플라인 공식들로 생성된 곡선들의 집합은 동일한 형태의 성질을 가진다. 본 논문은 곡선 설계를 위하여 일반적인 상호작용 방법과 다양한 스플라인 공식간에 관계들을 이용함으로써 간단한 설계점(design point)들의 이동으로 형태매칭 방법에 관한 관계성을 보인다. 그러므로, 본 논문에서는 3차 스플라인의 공식(B-splines, Bezier splines, Catmull-Rom splines)을 이용하여 형태 매칭 방법을 제안한다.

## The Method of The Geometric Shape-Matching using Spline

Chul Ho Park<sup>†</sup> · Je Hong Sim<sup>††</sup>

### ABSTRACT

The geometric shape recognition which needs more corectness in a certain part has been dealt with importance in image analysis applications. Also, the study of new methods that classify partial or modified shapes has been continued. Thus, this paper describes new method of geometric shape matching using the spline formula that is convenient for generating the free-form smooth curves. Therefore, a set of curves generated from several formulas of spline have identical properties. This paper shows the relationship about the shape matching methods by simply moving the design points, exploting the relationships between general interaction methods for curve design and various spline formulas. Thus, this paper is suggested to method for shape matching using the formula of cubic splines, B-spline, Bezier splines, Catmull-Rom splines.

### 1. 서 론

어떤 특정 부분의 정확도를 나타내는 형태의 인식은 많은 이미지 분석 응용에서 중요한 역할을 하였다. 그러나 이러한 부분 형태 인식은 부정확한 형태 선 세그먼트 혹은 인식된 대상의 여러 관점(view point)

때문에 선명치 못한 형태를 표현할 수도 있다[3]. 형태 매칭에서 사용되는 특징은, 전체 혹은 본래의 일부 분증 하나로서 분류된다는 것이다. 그러므로 경계의 Fourier 표시, 윤곽선의 상태, 그리고 경계의 매개변수들이 분류된다[3]. 본 논문은 기하학 형태 매칭을 나타내기 위하여 곡선 조작에 일반적인 형태 매칭 방법을 제안한다. 그리고 2차원의 5개 공식을 전달하는 과정과 일반적으로 사용된 관련된 경우를 결정하기 위한 3차 스플라인에 설명, 그리고 곡선 편집을 하기

<sup>†</sup> 준 회 원: 광운대학교 전자계산학과

<sup>††</sup> 정 회 원: 광운대학교 전자계산학과

논문접수: 1997년 5월 6일, 심사완료: 1997년 11월 24일

위한 간단한 설계점의 이동으로서 형태 매칭 방법을 제안한다. 이러한 상호작용은 연속적인 대상곡선(target curve)을 매칭하기 위해 각각에 공식을 사용하여 작업곡선(working curve)을 조작가능할 수 있도록 이용된다. 이 연구의 중요성은 두 개의 관점으로 볼 수 있다. 먼저, 곡선과 곡면 공식을 위한 일반적인 방법론으로서 형태 매칭 모델을 설명하고, 다음으로 2D 곡선 조작과 연관된 실험문제를 제공하는 방법론을 사용한 결과를 보인다. 기존에 스플라인 연구는 실제 상호 작용방법의 방법에서 스플라인 곡선을 위한 어떤 수학적 공식의 효과성에 비교를 제공하였다. 그러나 상호 교체 방법을 비교하는 확실한 자료로서 지원되는 것은 극히 적었다. 그러므로, 본 제안은 형태 매칭은 PC를 사용하여 첫 번째 결과를 제공하고, 곡선공식의 수학적 성질의 증명 후에 매칭 실험의 3단계가 설명된다. 기존의 관련된 연구는 다음장에서 설명된다. 그리고, 사용자 실험의 매개변수를 조사하는 연구 설명은 참고문헌에서 제공된다[3]. 본 논문에 제안방법은 형태 매칭 방법을 제안하기 위한 일반적인 상호작용 방법과 다양한 스플라인 공식간에 관계들을 이용함으로써 간단한 설계점(design point)들의 이동으로 형태매칭 방법에 관한 관계성을 보인다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 관련된 작업에 대해 설명하고, 3장에서는 형태 매칭방법에 관하여 설명한다. 4장에서는 실험적인 설계를 보인다. 끝으로 5장은 결론으로 구성된다.

## 2. 관련 연구

Buxton[3]은 실제적인 작업을 위한 위에서 설명된 유용성을 수행하도록 입력장치의 기술적인 능력만이 고려되는 기존에 단점을 지적하였다. 그러나 이러한 단점은 이들 입력장치에 기술적인 능력이 유용성있게 확장된다는 것을 보임으로서 보완될 수 있다[5]. 이것은 사용자들에게 다양한 곡선 공식들이 실제적인 상호작용 방법에 매우 장점을 가지는데 필요로 되고, 이와 같은 결과는 실험을 통해 얻어질 수 있다. 본 논문에서 실험 설계는 이전에 많은 연구에 영향을 받았다. 이미 색채 매칭 연구는 이전 연구에 의하여 언급되었고, 본 논문에 방법론은 실험적인 명백성이 컴퓨터에 의해 전체적으로 이행되어지는 동안에 시간

이 표시된 자료를 저장하여 실험에 사용한다. 실행된 실험들은 Goodman과 Spence[7]에 의해 제안된 것으로 본 논문에서 제안된 형태 매칭 방법과 유사하다. 그러나 그들의 실험은 곡선들의 다른 수학적 정의들과 각 정의간의 차이점을 비교하지 않았다. 그러므로, 제안된 방법은 대상의 실행상에서 시스템 응답시간의 결과를 조사하기 위해 명시된 정의를 사용한다. 따라서, 본 논문에서 기존의 Goodman과 Spence의 작업으로부터 사용한 것은 상호작용이 고정될 수 있는 반면에 실험은 외부적인 변수에 의하여 영향을 받을 수 있다라는 것이다. 또한, 본 논문의 제안방법에서는 각각의 설계점들을 이동하고 그점들을 선택하여 고정시키는 방법이다. 그리고, 본 논문의 제안한 방법은 스플라인 기저함수가 곡선공식을 사용함으로써 가장 처음의 외부변수를 정의한다. 각 기저함수는 곡선에 부드러움의 실제 차수와 실제 영역 그리고 간단한 설계점들과 연관된 영향들을 포함하고 있다. 기존의 Goodman과 Spence[7]의 연구는 본 제안과 몇가지 방법의 차이가 있다. 먼저, 기존의 Goodman과 Spence에 방법과 차이점은 허가하지 않은 영역에 조건으로부터 자유형태를 가질 때 까지 곡선을 생성한다. 그리고 그들 곡선은 양끝점에서 고정된다. 그러나 본 논문의 제안은 고정되지 않는 위치를 가지는 작업 곡선을 이용하는 것이다. 이러한 작업곡선(working curve)은 대상곡선(target curve)을 나타내는 표시된 다른 윈도우에서 나란히 놓인 다른 윈도우에 나타내는 것이다. 대상 곡선의 정확한 매칭이 바로 이상적인 목표이다. 이러한 연구는 Atherton과 Capora[1]에 의한 영향을 받았다. Atherton과 Capora[1]은 다양한 다각형에 조밀성의 주관적인 성질을 분석하였고, 음영기법은 곡선화된 곡면에 비유적인 표현을 사용하였다. 곡선화된 곡면들에 표현의 경우, 이들은 더 높은 다각형의 밀도가 좀더 비유적인 표현을 받아들일 수 있게 만들고, 그리고 이 특성이 평면음영에서 형태보간까지[Gouraud shading] 그리고 다시 범선의 보간으로서 형태보간에서 음영까지로[Phong shading] 향상되는 것을 전제로 한다.

## 3. 형태 매칭 방법

형태 매칭작업은 대상곡선을 이용하여 매칭하기

위해 작업 곡선이라 불리는 주어진 곡선을 제어하는 처리 과정이다. 대상곡선은 형태 제어의 요구된 결과이다. 그 이유는 본 제안에서 효과적으로 두 곡선을 표시할 수 있기 때문에 최종 작업 곡선과 대상 곡선간에 관계성을 측정할 수 있다. 본 논문은 실험에 단계 동안에 실행하는데 사용되는 실시간 자료를 찾는 것이 아니라, 본 논문에서 제안한 형태 매칭실험에 유사한 결과를 찾는 데 그 목적이 있다. 따라서 본 논문에서는 형태 매칭 방법을 설명하기 위해 기하학 형태 매칭 방법을 사용한다. 이러한 방법은 스플라인 공식의 증명과 기하학적 형태간의 성질을 이용한다.

### 3.1 스플라인 곡선 5개의 수학적 공식들

본 논문에 제안된 조건 하에서 곡선들은 모두 매개변수방정식과 구간 3차 다항식이다. 구간 곡선일 때, 매개변수 값의 영역은 좌표 함수  $x(t)$ 와  $y(t)$ 의 정의로 각각 구간을 가지는 작은 연속적인 구간을 분할한다. 결과적으로 곡선들은 화면상에 나타난 설계점들의 위치로부터 그 점들의 형태 특징을 사용한다.

$$V_j = (x_j, y_j) \quad (1)$$

이들은 실제 곡선 공식을 위한 기본함수  $B_i(t)$ 의 선형 조합상에서 계수인 조정점  $P_i$ 를 결정하는데 사용된다. 각 곡선이 대상들을 동일하게 표현하기 위하여 복잡성을 갖기 위해 각 곡선들은 다음 공식에 따라서 스플라인 공식을 만드는 정확한 7개의 설계점들,  $V_0, V_1, V_2, \dots, V_6$ 을 가진다.

$$P(t) = \sum_{i=0}^k P_i B_i(t) \quad (2)$$

조건에서 B-spline, Bezier, Catmull-Rom 공식들과  $C^2$ 를 가지는 두 개의 보간 공식들이 있다. 이들의 최종적인 두 공식들중의 하나가 자연적인 공식으로서 언급되어진 자연적인 3차 보간 스플라인이다. 보간되는 공식에서,  $P_i$ 는 선형 방정식의 시스템의 해로서  $V_j$ 로부터 나타난다.

$$P(t) = [1 \ t \ t^2 \ t^3] B \begin{bmatrix} P_{i-3} \\ P_{i-2} \\ P_{i-1} \\ P_i \end{bmatrix} \quad (3)$$

단,  $4 \times 4$  행렬  $B$ 는 세그먼트로 정의되는 4개의 지지 다항식  $B_i(t)$ 에 의해 결정된다.

$$B = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & -3 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

그리고 7개의 제어점들  $P_i$ 을 위하여  $t$ 는  $0 \leq t \leq 4$ 이다.  $0 \leq t \leq 1$ 인 세그먼트인 경우 제어점은  $P_0, P_1, P_2, P_3$ 이 사용된다( $i=3$ 일 경우). 3차 세그먼트들은 위치, 기울기, 곡률의 연속성을 포함되는  $C^2$  연속성을 이어 받는다.

베지어 곡선의 경우는 다음과 같다. ( $0 \leq t \leq 2$ )

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & -3 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$0 \leq t \leq 1$ 인 세그먼트인 경우, 제어점들  $P_0, \dots, P_3$ 이 사용된다( $i=3$ ). 그리고  $1 \leq t \leq 2$ 인 세그먼트인 경우는 제어점  $P_3, \dots, P_6$ 이 사용된다( $i=6$ ).

Catmull-Rom 공식인 경우는 다음과 같다.

$$B = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -5 & 4 & -1 \\ -1 & 3 & -3 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

곡선들은 설계점  $V = [\dots, V_j, \dots]$ 가 매개변수 곡선을 정의하기 위하여 제어점  $P = [\dots, P_i, \dots]$ 와 사상의 방법에 차이가 있다. 이 모든 경우에 사상은 일반적으로 각각에 곡선 공식과 다른 행렬  $M$ 을 통하여 설계점들  $V$ 와 제어점  $P$ 와 관련된 선형 방정식의 해로서 공식화될 수 있다.

$$MP = V \quad (7)$$

( $V$ : 설계점,  $P$ : 제어점,  $M$ : 행렬)

End-condition spline인 경우는 7개 점들  $P_i$ (즉,  $k=6$ )와 행렬  $M$ 은  $t=0, 1, 2, 3, 4$ 에서 곡선을 따라 보간되는 점들  $V_1, \dots, V_5$ 을 구성하게 되는  $P$ 이다. 그 이유

는 매개변수 곡선은 기저함수  $B_i(t)$ 로서 B-spline를 사용하고  $t$ 의 범위가  $0 \leq t \leq 4$ 이기 때문이다. 점  $V_0$ 와  $V_3$ 는 매개변수 방정식 (2)에서  $t = -1, t = 5$ 에서 동일한 곡선의 외삽 위치는 보이지 않는 자리에 놓인다. 이들 두 점은 곡선의 시작점과 끝점에 영향을 주는데 사용된다.  $7 \times 7$  행렬은 다음과 같다. 그리고 Natural 스플라인은 실험적인 명백성의 3번째 집합을 설명하는 것이 아니라 실험의 초기 두 개의 집합들을 사용하는 것이다. 이러한 경우, 9개 점들  $P_i (k=8)$ 는 7개의 보간된 점들  $V_j$ 를 필요로 한다.

$$M = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$V$ 는  $V_j$ 를 포함 하는 벡터이고, 9개  $(0, V_1, V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, 0)$ 들을 제공하기 위하여 초기값과 최종 0를 가진다. 요구된  $9 \times 9$  행렬은 다음과 같다.  $V$ 에서 0을 함께가지는 행렬은 또한 스플라인 곡선의 곡률이 자연 스플라인 양 끝 조건으로  $t=0$ 과  $t=6$ 에서 0임을 보장한다. 실제적인 계산은 행렬 (7)의 역을 사용한다.

$$M = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

7개의 설계점들은 구간 제어를 제공하기 위한 3차 베지어 공식을 이용할 수 있는 최소값이다.

3.2 기하학 형태 매칭을 위한 대상 곡선 생성  
자연(Natural) 공식을 사용하는 경우, 실험의 곡선

생성 단계에서는 대상(곡선)으로서 이용할 곡선을 제공한다. 실험에서 제약조건이 부과되었기 때문에, 모든 대상곡선(target curve)은 각각 4개에 스플라인 공식(B-spline, Bezier, Catmull-Rom, 그리고 End-condition)들을 사용하여 설계점들에 적당한 위치에 따라서 정확한 표현을 할 수 있다. 본 논문의 제안은 4개의 공식중 어떤 하나에서 대상 곡선 생성을 자유롭게 나타낼 수 있다. 또한 화면상에 남아 있는 나머지 3개의 공식들을 전환시킬 수 있다. 그리고 생성된 하나로서 B-spline공식을 선택한다. 설계점들에 적합한 위치를 제공하는 것 없이, 각 대상곡선들은 4개의 스플라인 들중 하나를 적절히 사용하여 생성하여야 한다. 그렇지만 곡선들은 스플라인 곡선들로서 또한 표현할 수 있는 End-condition 공식을 생성할 수 있다. 그러므로 대상 곡선의 생성에 효과적인 방법을 제안한다. 자연 대상 곡선(natural target curve)은 어떤 임의의  $V_j$ 와 식 (9)에서 주어진 행렬M을 사용하여 선형방정식(7)의 방법을 해결함으로써  $P_i$ 를 변환하여 생성할 수 있다. 초기 검사작업은 대상 곡선들을 완전하게 얻을 수 있는 집합을 이끌어내지 못한 곡선을 정의하기 위하여 임의로 생성한 설계점들을 제안한다. 제약 조건은 "not-a-knot" 조건들로서 설명된다. 그 이유는 7개의 조정점과 두 개의 조건은 다음과 같은 방정식으로 설명되기 때문이다.

$$3P_2 - P_1 - 3P_3 + P_4 = 3P_2 - P_1 - 3P_3 + P_4 \quad (10)$$

$$3P_3 - P_2 - 3P_4 + P_5 = 3P_3 - P_2 - 3P_4 + P_5 \quad (11)$$

따라서 이들 방정식을 통하여 두 개의 남아 있는 조정점들을 계산할 수 있고 임의의 5개 조정점을 결정할 수 있다.  $P_0$ 과  $P_6$ 은 다음과 같다.

$$P_0 = 4P_1 - P_4 - 6P_2 + 4P_3 \quad (12)$$

$$P_6 = 4P_3 - P_2 - 6P_4 + 4P_5 \quad (13)$$

B-spline공식에서 조정점과 설계점들은 동일하다. 그러므로,  $V_j$ 로 표현된다. B-spline 대상 곡선은 분할이론의 역으로서 동일한 베지에르 곡선으로 전환될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} Q_0^{BZ} \\ Q_1^{BZ} \\ Q_2^{BZ} \\ Q_3^{BZ} \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} P_0^{BS} \\ P_1^{BS} \\ P_2^{BS} \\ P_3^{BS} \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} Q_3^{BZ} \\ Q_4^{BZ} \\ Q_5^{BZ} \\ Q_6^{BZ} \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} P_1^{BS} \\ P_2^{BS} \\ P_3^{BS} \\ P_4^{BS} \end{bmatrix} \quad (14)$$

단, 여기서  $P^{BS}$ 는 B-spline 조정점이고  $Q^{BZ}$ 는 베지에르 조정점이다. 그리고 행렬 T는 다음과 같다.

$$T = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

첫 번째 두 B-spline 세그먼트들의  $C^2$  연속성은 조정점  $P_0^{BZ}, P_1^{BZ}, P_2^{BZ}, P_3^{BZ}$ 을 가지고 이들의 중간점을 구함으로써 어떤 큰 베지에르 세그먼트를 분할하여 생성할 수 있는 두 세그먼트를 생성할 수 있다. 따라서,

$$\begin{aligned} P_0^{BZ} &= Q_0^{BZ} \\ P_1^{BZ} &= 2Q_1^{BZ} - Q_0^{BZ} \\ P_3^{BZ} &= Q_6^{BZ} \\ P_2^{BZ} &= 2Q_5^{BZ} - Q_6^{BZ} \end{aligned} \quad (16)$$

베지에르 대상 곡선의 두 번째 세그먼트는 유사한 환경에서 B-spline 대상 곡선의 세번째와 네번째로부터 생성된다. 7개의 조정점을 가지는 Catmull-Rom 곡선은 4개의 세그먼트들을 가진다. 각각에 세그먼트는 행렬(6)과 행렬(4)의 역의 곱으로서 동일한 B-spline 세그먼트의 조정점들로 곱하여 B-spline 대상 곡선(target curve)의 동일한 세그먼트로 찾아 낼 수 있다.

$$T = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 6 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 6 \end{bmatrix} \quad (17)$$

즉, 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} P_{i-3}^{CR} \\ P_{i-2}^{CR} \\ P_i^{CR} \\ P_i^{CR} \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} P_{i-3}^{BS} \\ P_{i-2}^{BS} \\ P_{i-1}^{BS} \\ P_i^{BS} \end{bmatrix} \quad (18)$$

이때  $P^{CR}$ 은 Catmull-Rom 조정점이고,  $P^{BS}$ 는 B-spline 조정점이다.

### 3.3 기하학 매칭 방법

대상들이 매칭을 요구하는 대상 곡선들에서 근본적으로 차이가 있는 두가지 방법이 있다. 4개의 스플라인 기법들을 조사하였고, 본 논문에서 두 실험을 통하여 일반화 된 점과 일반화가 아닌 다른 점을 설명한다. 본 논문에 제안 방법은 대상 곡선들의 각 집합이 각각에 상호 작용 방법과 각각에 대상들을 이용하여 생성되는 시간이 같았고, 순서적으로 검사하는 각각의 연속적인 위치를 보장하는 방법을 사용하였다[6]. 동일한 4개의 실험 대상 곡선들은 동일한 교차 대상을 제공하는 모든 상호 작용 형태를 위한 모든 대상 곡선에서 시작한다. 실험에 명백한 근거에 의한 결과는 통계적인 분석에는 포함되지 않는다. 실험에 실행시간은 처리과정들의 집합으로서 실행된다. 주요 처리과정들에 결과를 저장하고 각 대상에서 명백성을 정렬한다. 보충처리과정으로서 전체 과정의 시간 기록을 제공하도록 한다. 각각의 실험에 명백성은 대상 곡선의 출력은 4개 공식들중에 하나인 어떠한 작업곡선과 대상곡선의 출력을 가지는 대상(object)로 제공됨으로서 증명된다. 4개에 스플라인 곡선들은 작업을 위한 설계점의 위치변화와 작업 곡선에 모양에 당연성을 위한 매칭에서 설계점의 최종위치가 차이가 있다. 논문에 제안에서 만약 최종 매칭의 성질 혹은 시간이 매칭을 하는데 필요로 된다면, 공식에 의하여 보충된 작업 곡선을 조작하는데 지원된다. 초기 작업 곡선은 윈도우의 대화형식을 따라 7개의 동일선상에 설계점을 동일한 간격으로 배열하므로서 정의된 곡선을 구성하는 처리과정에서는 모두 같다.

이때 요구된 형태가 작업곡선을 생성할 때까지 주체는 설계점들을 선택한다. 선택된 설계점의 위치에 함수로서 작업 곡선의 형태는 실시간에 표시되고 계산된다. 그리고 작업곡선과 대상곡선 간에 시간적인 비교는 주된 작업을 지원하는 정보로 제공된다. 각각의 명백성은 7개 점들을 사용하는 대상 곡선과 작업 곡선간에 비슷한 비율로서 제공함으로써 증명된다. 따라서 본 논문에서는 4개의 3차 스플라인 곡선 공식들의 일반적인 관점들을 요약할 수 있다.

1. B-spline 곡선은  $C^2$  연속성을 가지고 결합된 4개

의 세그먼트들을 포함하는 7개의 설계점들에 의해 정의된다. B-spline 곡선은 설계점들을 정의한 세그먼트들은 서로 교차하지 않는다.

2. Bezier 곡선은  $C^0$  연속성을 가지고 결합된 두 개의 세그먼트들을 포함하는 7개의 설계점들에 의해 정의된다. 각 Bezier 곡선은 4개의 연속적인 설계점들에 의해 정의되고 처음과 끝이 항상 곡선에 의해 교차된다. 첫 번째 세그먼트는  $V_0$ 와  $V_3$ 을 보간하고 두 번째 세그먼트는  $V_3$ 와  $V_6$ 를 보간한다.

3. Catmull-Rom 곡선은  $C^1$  연속성을 가지고 결합된 4개의 세그먼트를 포함하는 7개의 설계점으로 정의된다. 설계점들  $V_1, \dots, V_5$ 는 결과곡선상에 놓여 있다. 설계점  $V_0$ 와  $V_6$ 는 곡선에 떨어져 있고, 각각의 곡선의 시작점과 끝점들에서 기울기를 고정시킨다.

4. End-condition 곡선은  $C^2$  연속성을 가지고 결합된 4개의 세그먼트를 포함하는 7개의 설계점으로 정의된다. 곡선은  $V_1, \dots, V_5$ 를 지나고  $V_0$ 와  $V_6$ 는 곡선의 위치와 기울기 그리고 각각 곡선의 초기점과 끝점에서 곡률에 영향을 준다.

5. Natural 곡선은 초기점과 끝점에서 0에 곡률을 가진다. 곡선은 모든 설계점들을 보간하고  $C^2$  연속성을 가진다. 7개의 설계점들일 경우, Natural 곡선은 6개의 세그먼트를 가진다.

7개 설계점들의 선택은 매개변수들의 최소의 제어를 이용하여 각 공식, 즉 구간 혹은 전체 제어와 같이 나타나는 상속된 특징들을 요구함으로써 나타난다. End-condition과 Natural spline 공식들 모두는 그들이 포함하는 설계점이 많더라도 전체 제어가 가능하다. 어떤 설계점의 이동은 전체 곡선에 영향을 준다. 기존에 스플라인 공식은 구간 제어에 의하여 계산된다. 적절한 수에 설계점들이 주어졌을 때, 곡선의 모든 부분은 설계점들 중에 적어도 하나의 이동으로 영향을 받지 않는다. 7개의 설계점들은 구간 제어를 제공하기 위한 3차 베지어 공식을 이용할 수 있는 최소값이다. 또 다른 공식들은 7개의 설계점들 보다 더 적은 구간 제어의 가능성을 가진다. 또한 각각의 공식들은  $C^2$  연속성을 가지는 대상 곡선들인 두 개의 세그먼트의 동일한 집합에 의하여 표현이 가능하다. 실험에서 첫 번째 고정된 곡선 생성단계에서 이들의 제약은 각각의 4개에 공식들과 관련될 수 있는 대상 곡선임을 강제로 보장한다. 그러나 실험의 명백성은

제약 조건들에 의하여 작업곡선들을 강요하지 않는다. 그러므로 대상 곡선들은 각 곡선공식을 포함하는 상호 작용 형태를 알 수 있다.

#### 4. 실험 분석

많은 응용에서는 원과 원뿔과 같은 일반적인 수학적 형태나 혹은 직선의 형태로 구성된 간단한 모양으로 이루어진 모델링을 필요로 한다. 그러나 대부분의 응용에서는 임의의 자유 형태의 곡선들로 이루어진 모델링이 요구된다. 스플라인은 이러한 요구를 충분히 만족시킬 수 있다. 예를들어 다중 세그먼트들의 예로 3차 B-spline 곡선의 예를 고려하여 증명될 수 있다. 만약 많은 수의 절점을 가진다면, B-spline 곡선은  $C^2$  연속성, 즉 위치의 연속성, 기울기 또는 곡률을 포함하는 연속성을 이어 받는다. 또한 베지어 곡선은 만약, 설계점들이 어떤 기하학적 제약조건에 종속되어 있다면  $C^2$  연속성을 갖는다. 이와같이 계산된 실험은 최종 곡선들의 성질과 곡선을 설계하기 위해 요구되는 조건 혹은 시간 복잡도의 측정 모듈을 포함한다. 이때 본 논문의 제안으로서 기존의 곡선과 요구된 곡선들을 위한 연관성을 측정한다. 따라서 제안된 최종 작업곡선과 대상 곡선간에 고정된 연관성으로서 제안된 형태 매칭 실험을 통하여 곡선과 곡면간의 유사한 결과를 나타낸다.

##### 4.1 매칭 실험의 측정 방법

본 논문에서는 3가지 독립된 측정 방법을 제안한다.

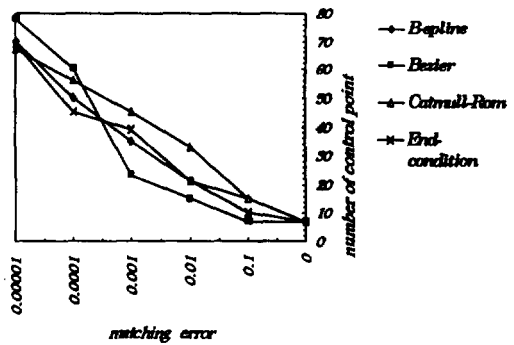
1. 작업곡선과 대상곡선 간에 매칭의 실제적인 측정 방법
2. 주어진 명백성의 실제적인 평가
3. 완전한 매칭에 시간

매칭 성질의 실제적인 측정 방법은 Oliviero와 Scarpetta[12]의 공식에 의하여 제안된 방법인 곡선을 따라 동일한 길이의 현으로서 생성된 각도에 대하여 두 개의 연속인 단편곡선을 비교한 방법을 사용한다.

실제의 매칭 성질에 대한 본 논문의 측정방법 또한 동일한 길이의 호 세그먼트를 대응하는 현을 이용한다. 따라서, 실제 측정방법인 매칭 특성의 계산은 전체 호 길이의 수치적인 근사값을 구하기 위하여 매개변수의 작은 구간에서 각 곡선을 따라 지나는 어떤

하나의 값을 구한다. 그러므로 전체 형태는 평균적으로 적합한 길이와 곡률에 의해 계산된 세그먼트에 오차와 명확성에 향상된 점을 정수에서 분리 시킬 수 있다. 분할된 결과는 기본 호인 세그먼트 길이이다. 그러므로 두 번째 곡선을 지나는 기본 세그먼트에 길이를 가지는 곡선에서 분할된 세그먼트의 내부점들이 계산된다. 따라서, 첫 번째 내부점에서 첫 번째 끝점으로 부터에 현과, 두 번째 내부점에서 첫 번째 내부점까지의 현 그리고 양 끝에 끝점에서 마지막 내부점까지 현을 가지는 연속된 각들을 정의한다. 이와 같은 연속의 각들은 곡선의 형태를 나타낸다. 두 곡선간의 매칭 성질에 실제측정은 -1.0과 +1.0간의 범위에서 두 형태간의 상관계수이다. 각 실험에서 각 대상들과 그리고 각 스플라인 공식을 사용하여, 제안한 방법은 실제 평균 매칭 성질 그리고 주관적인 평균 비율, 완전 매칭에 평균시간을 계산한다. 결과는 다음 (그림 2)와 같다.

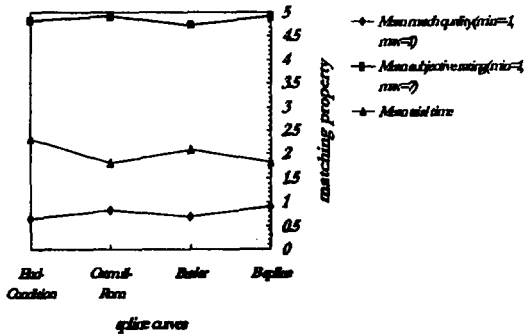
제안 방법은대상 요소에서 스플라인 공식에 일치하지 않는 반복된 측정분석을 분리시키기 위해 3개의 연관된 측정들을 위해 주관적인 평균을 제시한다. 각각에 연관된 측정방법에서, 불일치하는 분석내용은 스플라인 공식과는 다른 통계적으로 의미하는 차이점을 나타낸다. 이것은 통계적 의미를 추정하기 위한 차이점을 위해 0.05 보다 더 작은 매개변수값으로서 정확도의 한계 허용 방법을 이용하여 분석한다. 다음



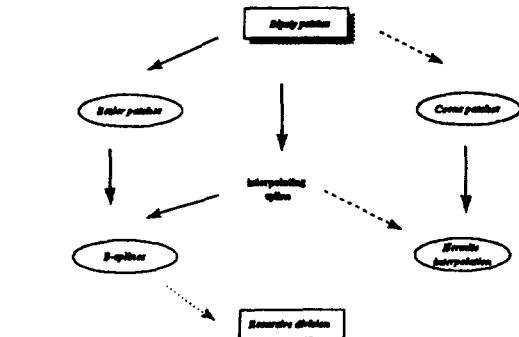
(그림 2) 스플라인 곡선 공식들의 매칭률 (Fig 2) A Matching rates of Spline-curve Formulas

(그림 2)에서, B-spline공식은 주관적인 매칭 평균과 최선의 주관적인 평균 매칭, 또한 최선의 매칭 평균 시간을 나타낸다. End-condition 곡선은 가장 낮은 매칭 시간과 최악의 주관적인 값과 객관적인 매칭 값들을 나타낸다. 실험에서 나타난 동일한 결과 값들은 다음과 같다.

각각에 3개의 측정방법들에 중속된 평균은 실험에 의하여 분석된다.

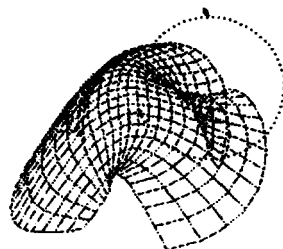


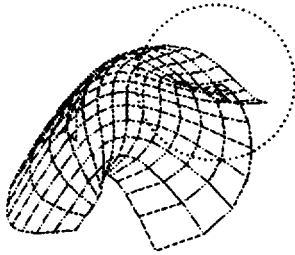
(그림 3) 완전 매칭 평균시간, 주관적 매칭 평균 비율 (Fig 3) A Complete Average Time and Subjective Matching Average Rates



- .....> 유한차원에서인한
- .....> 곡면에서 분리된 초점점(control point)을 지어
- .....> 폐지하면 형태보다는구간 거저 이용
- .....> 위상적인 자유형식

(그림 1) 매칭 성질을 이용하기 위한 측정방법 (Fig 1) A Measure Method for using Matching Property





(그림 4) 스플라인 곡면의 평균적인 매칭결과  
(Fig 4) The Result of the Average Match for Spline Surface

위의 실험으로서 실제 매칭 측정방법에서는 매개 변수함수를 위한 스플라인 공식과는 달리 실질적이고 통계적인 내용을 포함하는 중요한 차이를 가진다. 이들 차이점들은 시간내에 완전한 매칭을 위한 함수로서 단지 근사한 결과를 가진다. 그러나 실제 평가율의 분석에서 함수에 값으로는 공식과 반대로 중요한 차이점들이 나타나지 않았다. 스플라인 공식과 실험간의 상호작용은 두 개의 실험들과는 반대로 대상 곡선들에 다른 곡선 형태를 선택함으로써 주관적인 매칭 측정방법을 평가하고, 곡선들을 매칭하기 위해 대상 곡선들의 조건에 관한 4개의 스플라인 공식들에 연관된 범위에서 영향을 미칠 수 있다는 것을 나타낸다. 그러므로 주관적인 매칭들의 분석은 함수로 명확히 나타낼 수 있다. 그러나 두개의 스플라인형태(B-spline과 End-condition)에 결과는 실험들에서 나타난 것과 같이 사실상 큰 영향을 주지 않았다.

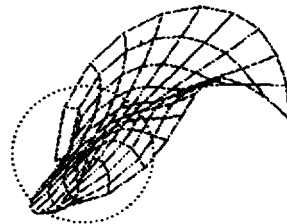
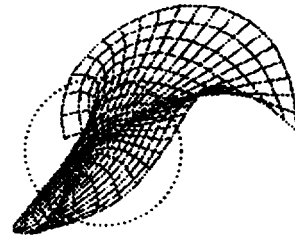
<표 1> 결과의 전체적인 요약

<Table 1> The total summary of the Result

| Data Set(Curve type method) | Mean match quality | Success Rate |
|-----------------------------|--------------------|--------------|
| Type 1/End-condition        | 0.54               | 6/10         |
| Type 2/Catmull-Rom          | 0.83               | 3/10         |
| Type 3/Bezier               | 0.78               | 4/10         |
| Type 3/B-spline             | 0.70               | 7/10         |

변화된 곡선들의 영향들은 실험들과 반대로 역으로 된 매칭 성질인 다른 두 개의 스플라인 형태(Bezier

와 Catmull-Rom)들을 제안한다. 실제 평가율의 분석, 비교된 상호간의 실험들, 또한 결과들에 영향을 미칠 수도 있는 대상 곡선들로서 사용된 곡선들을 제안한다. 그러나 상호작용은 이러한 각각에 측정방법을 위한 함수로서 통계적인 결과를 나타낸다. 그러나 이 결과들은 이해하기가 어렵다. 그 이유는 실험에 평가에서 중요한 차이점이 나타나지 않았기 때문이다. 그렇지만, 이 실험들 모두에서 대상 곡선들은 B-spline 곡선으로서 실행한 매칭이 좋은결과를 보이거나 혹은 다른 곡선 공식들을 이용하여 실행한 것들보다 더 낫다는 것을 평가한다. 그러므로, 본 논문의 평가는 최종적으로 매칭/대상 쌍을 나타내고 동일한 주관적인 평가 비율을 적용하도록 필요로 되는 각각에 그룹에 의하여 후에 조사되어진다.



(그림 5) 세그먼트의 현과 곡률을 이용한 매칭 결과  
(Fig 5) The Matching Result using Chord of Segment and Curvature.

### 5. 결 론

B-spline공식은 매칭에 필요로 되는 시간과 실제 매칭 성질 조건에서 효과적으로 사용된다. 또한 본 논문에서 스플라인 공식들은 구간 조정(local control)을



허용한다. 그리고 수학적 표현들은 컴퓨터 그래픽스 시스템에서 곡선을 표시하는데 사용되고, 그래픽 사용자 인터페이스의 상호작용 형태에 명확성을 가지는 생성을 정확하게 계산할 수 있다. 그러므로 곡선 매칭 작업을 생성하는데 필요로 되는 시간을 측정할 수 있다. 이것이 매칭 작업에 중요한 관점중에 하나이다. 본 제안은 형태 대상들이 재표현된 집합에서 적은 수의 정확성을 포함하는 범위를 가지고, 작업 조건상에서 상대적으로 효과적인 실행을 가진다. 그러므로, Bezier와 Catmull-Rom 스플라인들을 위한 매칭의 연관된 성질에 실질적인 변화에 명확한 차이는 조작될 곡선의 형태가 수학적 공식에 스플라인 표현과 그래픽스 사용자 인터페이스 형태를 포함하는 곡선의 형태를 가진다는 것을 제안한다. 그러나, 앞으로는 이들 상호작용의 좀 더 확장된 연구가 필요하다. 첫 번째로, 간단한 설계점들에 이동의 상호작용 형태는 매우 명확해야 한다. 두 번째는 위치적으로 혹은 다른 제약조건들이 수용되는 상호작용에 관한 연구가 필요하다. 본 논문의 제안은 정확한 전후관계에서 수학적 스플라인 공식들 간에 비교라는 것이 매우 중요하다. 앞으로의 연구 방향은 비동일성을 가지는 매개변수 형태를 포함하고, 곡선의 다른 형태를 사용한 스플라인 공식의 다른 형태의 좀 더 폭넓은 연구들이 요구되어야 하겠다.

### 참 고 문 헌

- [1] Atherton, P.R., Caporael, L.R., A subjective judgement study of polygon based curved surface imagery. In CHI'85 Proceedings, ACM. New York. Apr. 1985, pp 27-34.
- [2] Barnhill, R. E., Farin, G., Jordan, M. and Piper, B., Surface/surface intersection. Computer Aided Geometric Design, 1987. Vol. 4, pp 3-16.
- [3] Buxton. W.A.S, There's more to interaction than meets the eye: Some issues in manual input. Input. In User Centered System Design: New Perspectives on Human-Computer Interaction. 1986. pp 319-337.
- [4] Dokken, T., Daehlen, M., Lyche, T., and Morken, K., Good Approximation of Circles by Curvautre-Continuous Bezier Curves, Computer Aided Geometric Design, Vol. 7, No. 1, pp. 33-41, 1990.
- [5] s Eugen V. Shikin, Alexander I, Handbook on Splines for the User, CRC Press, Inc. 1995.
- [6] Farin, G., Curve and Surfaces for Computer Aided Geometric Design. II, Academic Press. 1993.
- [7] Goodman, T. J, Spence, R, The effect of computer system response time variability on interactive graphical problem solving. IEEE Trans. Syst. Man Cybern. No 11, Vol 3, Mar, 1981, pp 207-216.
- [8] Höffmann, C., A Dimensionality Paradigm for Surface Interrogations, Computer Aided Geometric Design, Vol. 7, pp 517-532, 1990.
- [9] Hong.L., M.D.Srinath., A String Descriptor For Matching Partial Shapes., Computer Vision and Image Processing. 1993, pp 575-591.
- [10] H. S. Baird, Feature identification for hybrid structural statistical pattern classification, Comput. Vision Graphics Image Process. Vol. 3, No 43, 1987. pp 318-333.
- [11] Les Piegl., Wayne. Tiller., The NURBS Book., Springer. 1995.
- [12] Oliviero. A., Scarpetta. G, A new approach to contour coding. Comput. Graph. Image Process. 15. vol 1., Jan. 1981. pp 87-92.
- [13] RICHARD H. JOHN. C., Experimental Comparison of Splines Using the Shape-Matching Paradigm., ACM Transaction on Graphics, Vol. 12, No. 3, July 1993, pp 179-208.
- [14] Shneiderman, B., Response time and display rate in human performance with computers., Dept. of Computer Science. Univ. of Waterloo, Waterloo, Ont., 1991., ACM Comput. Vol. 16, No 3, Sept. 1994, pp 265-285.
- [15] Sederberg, T. and Farouki, R. T., Approximation by interval Bezier curves. IEEE Computer Graphics and Applications, 1992, Vol. 15, No. 2, pp 87-95.
- [16] T. Brinkhoff, H. P. Kriegel. R Schneider and B.

Seeger, "Multi-step processing of spatial joins", Proc. ACM SIGMOD., 1994.

[17] Vera B. Anand., Computer Graphics and Geometric Modeling for Engineers., JohnWiley & Sons, Inc. 1993.

[18] W. Tiller, "Rational B-Splines for curve and Surface Representation", IEEE Comput. Graph. & Appl. 3, No. 6 Sep, 1983, pp 61-69.

[19] Yihong Gong, Hongjiang Zhang, H. C Chuan, M. Sakauchi, "An Image Database System with Content Capturing and Fast Image Indexing Abilities", Proceedings of the International conference on Mmultimedia computing and Systems, 1994, pp 121-130.



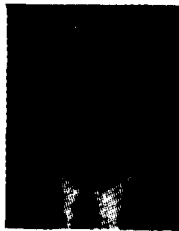
**박철호**

1992년 광운대학교 이과대학(이학사)

1994년 광운대학교 대학원 전자계산학과(이학석사)

1995년~현재 광운대학교 대학원 전자계산학과 박사과정

관심분야: 컴퓨터 그래픽스, 계산기하학, 이미지매칭, 알고리즘



**심재홍**

1967년 서울대학교 수학과(이학사)

1980년 고려대학교 대학원 수학과(이학석사)

1988년 경희대학교 대학원 수학과(이학박사)

1984년~1986년 정보과학회 부회장 역임

1984~현재 광운대학교 전자계산학과 교수

관심분야: 컴퓨터 그래픽스, 수치해석학, 알고리즘